

**NOYAUX LOIN DE LA VALLEE DE STABILITE
EXCITATIONS INDIVIDUELLES ET COLLECTIVES A BASSE ENERGIE**

M. MEYER

Institut de Physique Nucléaire, Université Claude Bernard Lyon-1, Villeurbanne

AVANT - PROPOS

Nous allons nous intéresser dans ce cours à la dualité excitations collectives et individuelles entrant en jeu dans la structure des noyaux situés loin de la vallée de stabilité. Ce type d'études entrepris par A. Bohr en 1952¹ pour les noyaux alors connus, c'est-à-dire proches de la vallée de stabilité, s'est avéré depuis lors d'un intérêt puissant pour la compréhension de la dynamique nucléaire à basse énergie d'excitation.

Depuis Marie Curie la France a toujours été à la pointe des recherches en structure nucléaire sur le plan expérimental. Sur le plan théorique, les travaux effectués à Orsay et au CEA ont hautement contribué à l'étude microscopique des noyaux. La spectroscopie nucléaire est un domaine privilégié de la physique nucléaire où "l'interface" expérience-théorie a été des plus fructueuses. A l'heure actuelle, nous nous trouvons au début d'un grand développement de l'étude des noyaux situés loin de la vallée de stabilité et il convient de dresser le bilan des résultats saillants déjà connus de ce type de physique et aussi d'en dégager les lignes de prolongement et d'extension.

Ce cours s'adresse plus volontiers au physicien débutant ou au physicien confirmé non spécialiste du domaine qu'au physicien spécialiste ; il s'agit d'un cours "charnière" entre expérience et théorie avec un perpétuel va et vient entre les résultats expérimentaux et l'application de concepts théoriques.

CHAPITRE I

SPECTROSCOPIE DES NOYAUX EXOTIQUES : QUELQUES RESULTATS TYPIQUES; NECESSITE D'UN OUTIL THEORIQUE

I - INTRODUCTION

1 - Qu'est-ce qu'un noyau situé loin de la vallée de stabilité ?

Les noyaux légers, stables par rapport à l'émission β , se situent approximativement sur la diagonale $N = Z$ du plan (N, Z) . A cause de l'effet de Coulomb, les noyaux moyens et lourds stables présentent un excès de neutrons et se placent au-dessous de cette diagonale. L'ensemble des noyaux stables de la charte (par rapport aux émissions β , α et fission spontanée) définit ce que l'on appelle la vallée de stabilité ; le mot vallée est plus exact que le mot ligne. Pour un numéro atomique donné Z , il existe en plus des isotopes stables, de nombreux isotopes instables, déficients en neutrons et excédentaires en neutrons, encore appelés riches en neutrons, qui se disposent sur chaque flanc gauche et droit de la vallée de stabilité. On peut tracer les lignes d'émission de proton (et de neutron) pour lesquelles l'énergie de liaison du dernier proton (neutron) est nulle ; au-delà de ces deux lignes $B_p = 0$ ($B_n = 0$), appelées en anglais "proton drip line" ("neutron drip line"), ce que l'on peut traduire par "ligne où le proton se met à goutter", la matière nucléaire n'est plus liée. Ces lignes ont été prédites systématiquement par des calculs phénoménologiques, par exemple Moller et Nix², (voir la figure 1)^{3,4} et ont pu, par endroits être atteintes expérimentalement, par mesure de l'énergie de séparation B_p en deçà de la ligne ou par mesure directe de la désintégration proton au-delà, pour le cas $B_p = 0$. En dehors des trois types de radioactivité classiques, à savoir les désintégrations α , β et fission spontanée, la radioactivité proton directe⁵ a été en effet récemment mise en évidence ($^{53}\text{Co}^m$ avec 247ms de période, ^{151}Lu avec 85 ms et ^{147}Tm avec 0,42s), au-delà de la ligne $B_p = 0$. Il ne faut pas confondre cette radioactivité proton directe avec la radioactivité proton retardée (différée) où les états excités des noyaux formés par désintégration β peuvent être radioactifs p, n, α ou fissionner : on parle alors de radioactivité retardée p, n, α ou fission. Récemment l'émission de 2n et de 2p retardés émis a été observée⁶.

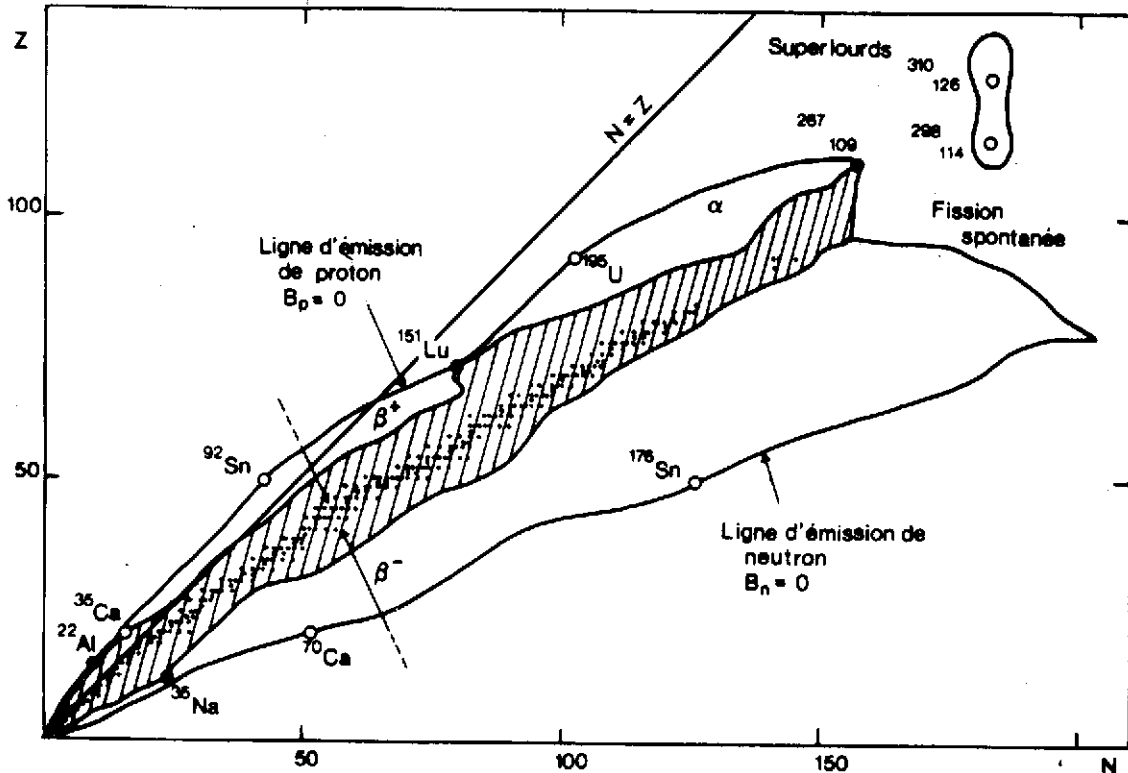


Figure 1 : Vallée de stabilité et noyaux "exotiques" : dans le plan (N, Z) , nombres de neutrons et de protons, la vallée de stabilité représentant les noyaux stables apparaît en noir. De part et d'autre de cette vallée, à l'intérieur des lignes d'émission spontanée de neutron et de proton les noyaux "riches" et "déficients" en neutrons sont soumis à des désintégrations β^- et β^+ . A l'extérieur de ces "drip-lines" le noyau devient instable par rapport à l'émission de particules. En hachuré sont représentés les noyaux exotiques connus à ce jour ; les points noirs indiquent des noyaux "exotiques" déjà observés et les points blancs des noyaux non encore obtenus.

Il semblerait que le flanc relatif aux noyaux déficients soit à pente raide tandis que celui des noyaux riches est à pente beaucoup plus douce ; autrement dit la vallée de stabilité n'est pas la bissectrice des deux "drip lines". Ceci est dû au fait que, pour les noyaux lourds, N est supérieur à Z , ce qui entraîne que la dégénérescence des niveaux est plus faible en proton qu'en neutron. L'ensemble de ces noyaux riches et déficients en neutrons forme ce que l'on appelle les noyaux situés loin de la vallée de stabilité. Ils se désintègrent par émission β^- ou β^+ vers cette vallée. On les désigne souvent par l'adjectif noyaux exotiques ; cependant il convient de ne pas les confondre avec les noyaux où interviennent les excitations du nucléon N^* ou les résonances isobariques de spin $3/2 \Delta$, ou avec les hyper-noyaux où un neutron ou proton est remplacé par un baryon étrange tels les Λ , Σ ou Ξ , qui sont tous taxés d'exotisme ; aussi pour rappeler que les noyaux qui nous intéressent dans ce cours sont exotiques seulement vis à

vis de la stabilité nous emploierons l'adjectif "exotique" entre guillemets. Le nombre de noyaux stables (durée de vie illimitée) pour toute la charte est d'environ 300. On a mis en évidence environ 1600 noyaux instables, déficients et riches, qui se désintègrent par les processus de la radioactivité, à ce jour. On estime que près de 6000 noyaux peuvent avoir une existence, c'est-à-dire liés pendant un temps fini, même quelques n sec. (Les durées de vie des isotopes riches en neutrons décroissent plus vite quand on s'éloigne de la vallée de stabilité que celles des isotopes déficients, pour un Z fixé pour des masses ≥ 100). C'est dire qu'il reste plusieurs milliers d'isotopes nouveaux à découvrir, identifier et étudier : le domaine est "jeune" et vaste. Dans ce "Far-West" des noyaux "exotiques" situés près des nouvelles frontières de stabilité, un travail de pionnier reste à accomplir pour découvrir de nouveaux effets structuraux.

2 - Quelles propriétés allons-nous étudier ?

Nous ne considérerons que la spectroscopie des états nucléaires excités, de basse énergie d'excitation, jusqu'à quelques MeV. Rappelons que le mot spectroscopie désigne, au sens de la mécanique quantique, l'étude du spectre de l'hamiltonien du noyau, c'est-à-dire la recherche des énergies et des vecteurs propres. Toutes les propriétés globales de ces noyaux "exotiques" dans leur état fondamental, y compris leurs modes de désintégration sont présentées sur le plan expérimental dans le cours de Marcelle Ephère. Nous ne discuterons le niveau fondamental que pour dégager une vue unitaire de la structure de ces noyaux, incluant état fondamental et niveaux excités de basse énergie

Pourquoi cette limitation en énergie ? Les noyaux "exotiques" sont difficiles à produire et à identifier et les méthodes expérimentales qui permettent de les étudier ne permettent guère, comme nous allons le voir, de dépasser quelques unités de MeV d'énergie d'excitation. Le lecteur pourra consulter les cours de Henri Sergolle et Zdislav Szymanski pour l'étude des niveaux de très haut spin, plus ou moins exotiques. Les résonances géantes à plus haute énergie (voir par exemple le cours de Jean-Paul Blaizot) ou les excitations de trous profonds (cours de Claude Mahaux) ne sont étudiés pour l'instant que pour des noyaux stables, de par la nécessité d'avoir des cibles.

3 - Quels sont les moyens mis en oeuvre pour les étudier ?

Les réactions nucléaires violentes permettent de produire les noyaux "exotiques". Les deux méthodes pour atteindre la structure à basse énergie d'excitation de ces noyaux sont les suivantes :

- il est possible d'étudier directement le noyau résiduel de la réaction formé dans la cible on parlera d'études sur faisceau "in beam", et donc en ligne car les mesures s'effectuent, le faisceau de particules continuant de frapper la cible.

- on peut aussi observer les produits formés, qui grâce à leur énergie de recul

sont sortis de la cible. Après les avoir soumis à une séparation magnétique en masse, les noyaux sont transférés vers une station de détection. On réalise alors des mesures de décroissance du noyau "exotique" formé et de ses descendants : il s'agit de radioactivité en ligne. C'est par cette dernière méthode que nous allons commencer ces approches expérimentales qu'une expérience particulière viendra illustrer.

a) Les études de décroissance

La séparation en ligne permet d'étudier une chaîne de masse donnée de noyaux situés loin de la vallée de stabilité et de connaître leurs modes de désintégration ainsi que leurs premiers états excités. Pour les noyaux "exotiques" de très courtes durées de vie la séparation chimique hors ligne n'est en effet pas assez rapide. On s'intéresse donc à une série isobarique donnée ($A = \text{cte}$). Les niveaux que l'on atteint par cette méthode sont des niveaux de basse énergie, la limitation évidente provenant de la valeur des Q_β des décroissances, et généralement de bas spin, de par leur alimentation même (l'état fondamental ou le niveau isomère du noyau "père" qui décroît ne possède pas un spin très élevé).

Les techniques de séparation sont largement décrites dans le cours de Marcelle Ephère ; nous ne rappellerons ici que les différentes possibilités de séparation et les méthodes des mesures de spectroscopie.

La séparation sur réacteur nucléaire :

Les noyaux riches en neutrons ont été longtemps étudiés uniquement par fission induite par neutrons (n, f) ; la fission sur l'Uranium favorise les masses 90 et 140 environ, ce qu'on appelle les deux bosses de la fission ; c'est ainsi que les noyaux riches proches des masses 90 et 140 ont été les plus étudiés.

La figure 2 présente le taux de rendement expérimental de fission en fonction de la masse, pour des neutrons de diverses énergies⁷ ; si l'énergie du neutron augmente, les effets de couches semblent lavés et les bosses de fission tendent à disparaître : le taux de fission symétrique augmente notablement. (N'oublions pas que les bosses de fission restent approximativement à la même place pour les divers actinides et par conséquent des valeurs de fission symétrique de masse $A/2$ différentes, ceci étant dû aux effets de couches).

La mise en ligne récente de séparateurs de masse (Ostis à l'ILL) et de spectromètres donnant la masse, Z/A et l'énergie des fragments de fission (LOHENGRIN (1974) à l'ILL) a permis d'atteindre les noyaux "très riches" de ces deux régions ; par exemple les chaînes $A = 95, 97$ et 99 ont pu être étudiées grâce aux différentes sources d'ions du séparateur⁸.

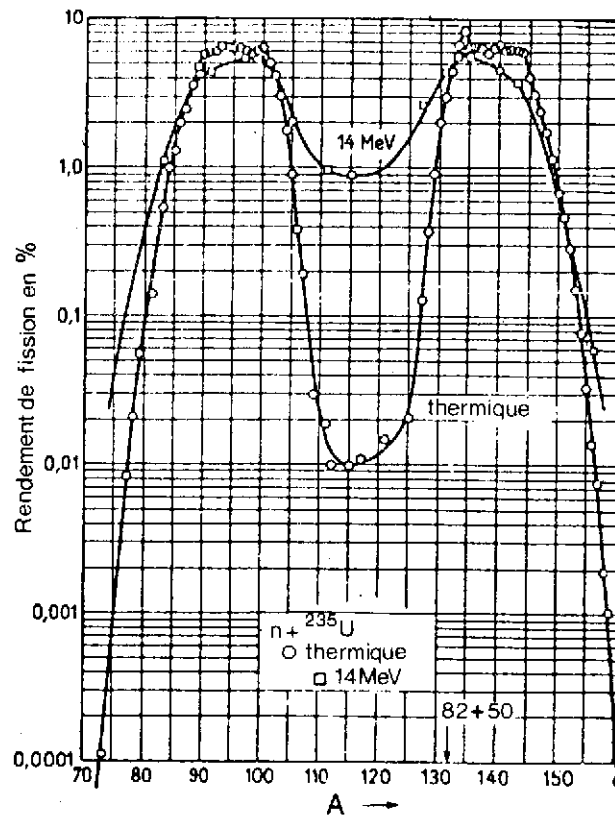
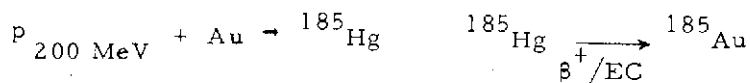


Figure 2 : Taux de rendement expérimental de fission en fonction de la masse pour des neutrons de diverses énergies.

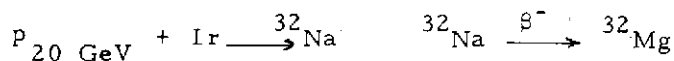
La séparation sur accélérateur de particules légères

Dès 1966 la mise en place de séparateurs d'isotopes en ligne sur des accélérateurs, c'est-à-dire couplés directement, permet d'étudier de nombreux isotopes déficients en neutrons, par exemple, à Orsay dans la collaboration ISOCELE



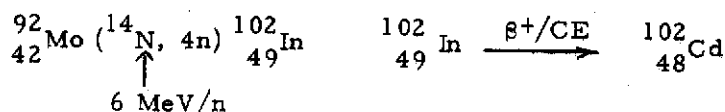
par une réaction de spallation, mécanisme complexe englobant la capture, l'émission rapide et l'évaporation⁹.

A plus haute énergie, par exemple avec des protons de 600 MeV du S. C. ou de 20 GeV du P. S. (CERN)¹⁰, les processus de fission et de fragmentation intervenant sur des cibles lourdes conduiront aussi à des noyaux riches en neutrons.



La séparation sur accélérateur à Ions Lourds

Depuis 5-6 ans les faisceaux d'ions lourds ont pu à leur tour être utilisés avec des séparateurs en ligne ; par exemple à Grenoble, la collaboration IPN Lyon - ISN Grenoble a installé le premier séparateur couplé à un accélérateur à I. L. français et l'isotope ${}^{102}_{48}\text{Cd}$ a été découvert¹¹ grâce à la réaction :



A basse énergie, 5 MeV par nucléon, les réactions (IL, xn γ) favorisent, via la formation du noyau composé, les noyaux déficients en neutrons. Par un choix judicieux de l'énergie de bombardement du projectile, l'évaporation d'un nombre x donné de neutrons domine les autres processus (voir figure 3). Pour les cibles légères l'évaporation de protons et de particules α entre en compétition avec l'évaporation de neutrons dans les réactions (IL ; xn yp z α , γ). Pour les cibles plus lourdes, x est en général supérieur à y .

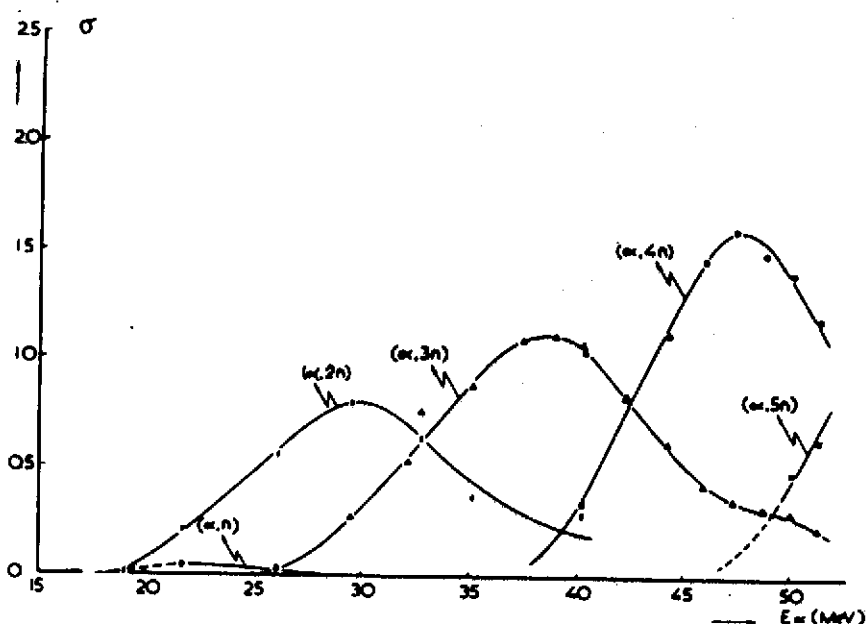
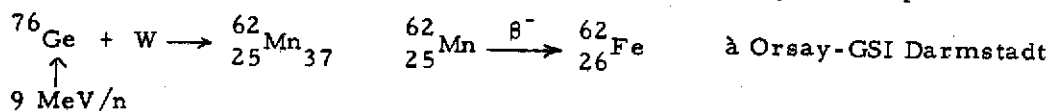


Figure 3 : Courbes de sections efficaces typiques observées dans la réaction ${}^{197}\text{Au}(\alpha, xn)$ ¹². La réaction ($\alpha, 4n$) est prédominante pour une énergie incidente du projectile de 48 MeV.

A plus haute énergie (10 MeV et plus par nucléon) et en utilisant des projectiles lourds, les réactions de multi-transfert très profondément inélastiques puis de fragmentation permettent aussi bien d'atteindre les noyaux riches en neutrons ; par exemple¹³.



Les mesures de spectroscopie après séparation

Une fois la séparation en masse effectuée, les ions radioactifs sont en général collectés sur un ruban monté dans un dérouleur de bande qui permet de transférer jusqu'aux bancs de comptage l'un ou l'autre des isobares de la chaîne radioactive, en fonction du choix des temps d'attente de collection et de mesure choisis.

Des mesures en multi-analyse (les spectres relevés sont étiquetés en temps) permettant de connaître la période d'un isotope donné, appartenant à la chaîne de masse séparée.

Par exemple, pour mettre en évidence les raies γ attribuées à la décroissance $^{102}\text{In} \rightarrow ^{102}\text{Cd}$ des cycles de 64s étaient choisis, 8 sous groupes de 8s chacun : on désirait en effet éliminer les noyaux fils et petits-fils de ^{102}Cd (5,5 min) et ^{102}Ag (13 min) et de plus on recherchait une période de quelques dizaines de secondes ; compter pendant des temps courts favorisait les courtes périodes. Les courbes de décroissance des raies γ attribuées à la désintégration $^{102}\text{In} \rightarrow ^{102}\text{Cd}$ de période $T_{1/2} = 24 \pm 4\text{s}$ sont présentées sur la figure 4¹¹. Ces collections peuvent être réalisées sur pastilles, sur ruban (avec attente ou en continu), sur cible tournante et permettent d'atteindre des périodes inférieures à 1s et allant jusqu'à 10 ms.

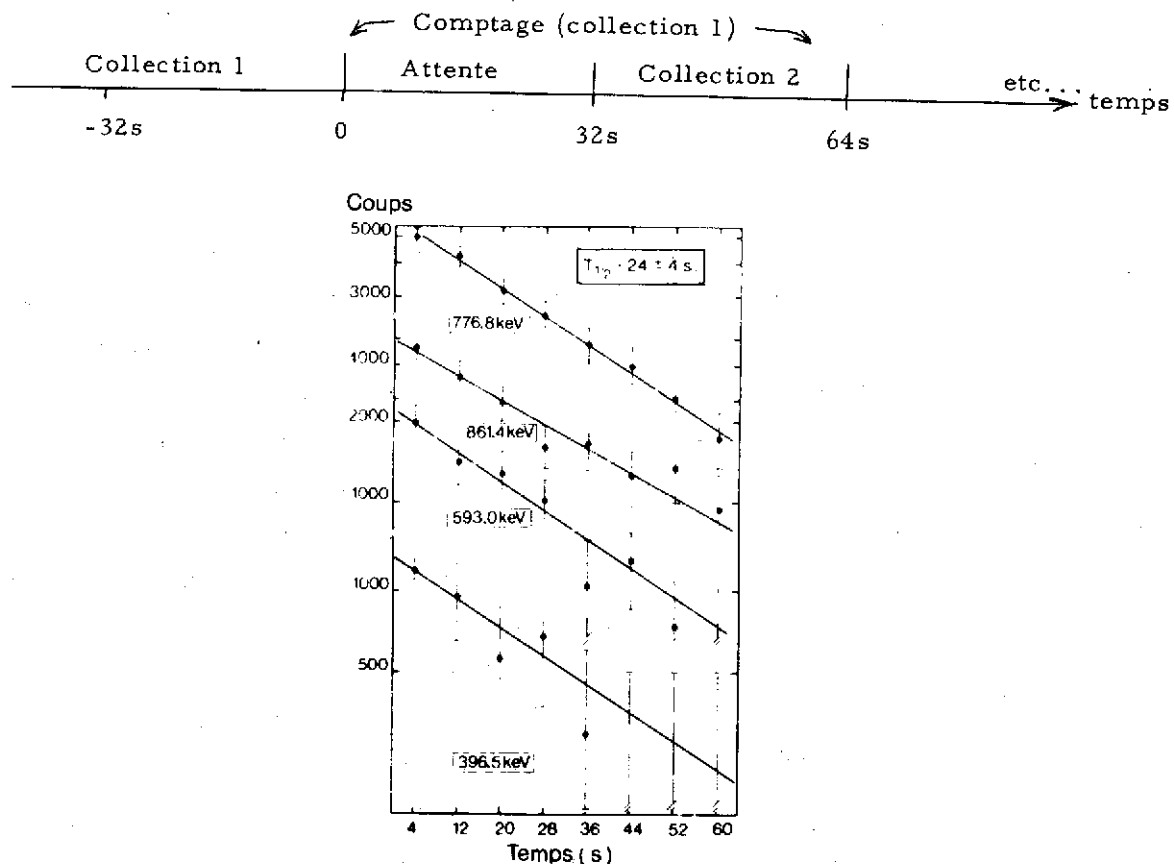


Figure 4 : Courbes de décroissance des raies γ attribuées à la désintégration $^{102}\text{In} \rightarrow ^{102}\text{Cd}$ de période $T_{1/2} = 24 \pm 4\text{s}$.

Soit au point de collection, soit après transfert, toutes les mesures de la spectroscopie classique hors ligne, par décroissance sont alors réalisées :

- des jonctions Ge(Li) de haute résolution ou des compteurs $4\pi\beta$ associés à une coïncidence β - γ (il s'agit de compteurs plastiques recueillant tous les β^+ : dans le cas de noyaux très déficients en neutrons cette méthode permet de réduire le bruit et d'éliminer par la coïncidence β - γ la transition vers le fondamental pour ne garder que les alimentations vers les états excités) permettent de détecter les γ .

- des jonctions Si(Li) sont utilisées pour étudier les électrons de conversion dans les noyaux moyens et lourds.

- des spectromètres magnétiques pour les coïncidences e-e et e- γ
- des mesures de durées de vie sont réalisées par coïncidence retardées ainsi que,
- des corrélations angulaires pour compléter l'attribution des spins et parités.

Le lecteur trouvera dans les références¹⁴⁻¹⁷ une revue exhaustive de ces techniques.

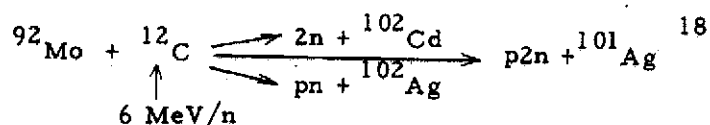
L'ensemble de ces mesures permet de construire pour chaque isobare "père", "fils" ou "petit-fils" de la chaîne de masse choisie un schéma de niveaux, état fondamental et premiers états excités.

b) Les réactions avec Ions Lourds

Réactions (IL, xn γ) et spectroscopie γ sur faisceau

Les expériences de spectroscopie sur faisceau, après réaction IL de basse énergie (5-10 MeV/nucléon) ont permis d'atteindre la structure de nombreux noyaux déficients en neutrons situés loin de la vallée de stabilité. Ces réactions de fusion-évaporation connaissent depuis 1963¹² un grand développement et notre compréhension de la structure de ces noyaux et en particulier de leurs états de haut spin provient pour la majeure part de ces expériences. Quand on bombarde par exemple un noyau de terre rare par un faisceau d'Argon de 7 MeV par nucléon, le projectile communique un moment angulaire élevé à la cible. De part sa vitesse et sa masse, il brosse la cible et transfère un moment angulaire très important. Pour évacuer du moment angulaire du noyau composé formé, il y a une évaporation de neutrons qui emportent chacun un peu de moment ; puis quand l'énergie d'excitation interne est plus faible que l'énergie de liaison du dernier neutron, le noyau se désexcite par une cascade de γ vers les états de basse énergie. Comme les raies transportent peu de moment angulaire, la cascade suit préférentiellement la voie "royale" que sont les états "yrast", états d'énergie les plus basses et de spins les plus élevés. Rappelons que l'énergie que possède un noyau se scinde en deux parties : l'énergie minimum pour avoir un moment angulaire donné et l'énergie interne ; si l'énergie interne est nulle, le noyau est dans un état "yrast" ; (yrast est le superlatif du mot suédois yr qui signifie ivre, saoulé, étourdi d'avoir trop tourné). On comprend pourquoi les réactions (IL, xn) peuplent les états de haut spin et seulement ces états (voir figure 5).

Cependant dans le cas de noyaux très déficients le grand nombre de canaux de sortie ouverts dans les réactions (IL, xn yp γ) ne permet pas de sélectionner un canal donné et d'identifier l'isotope Z choisi, puisqu'en général, aucune détection de particules n'est effectuée :



L'identification repose sur des mesures de raies X, de coïncidence γ -X, mais le plus souvent ce sont les raies γ observées par les méthodes de séparation qui sont les véritables "signatures" du noyau étudié.

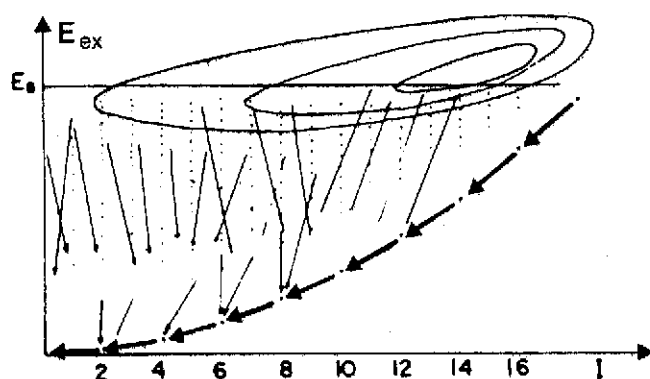


Figure 5 : Diagramme de désexcitation du noyau composé formé dans les réactions (IL, xn) par cascades γ .

Les flèches représentent les transitions γ ; les points les niveaux excités. E_B est l'énergie de liaison d'un neutron du produit formé. Les contours en forme de nuages sont les lignes d'égale probabilité de production des états après émissions de neutrons.

En effet les mêmes premières raies apparaissent à la fois dans le schéma d'excitation obtenu par réaction et par séparation en ligne : c'est le cas des noyaux pair-pairs où les transitions $2^+ \rightarrow 0^+$ se retrouvent ; l'identification sur faisceau est alors immédiate (voir figure 6). Pour les noyaux impairs et surtout les noyaux impair-impairs l'identification est souvent bien moins aisée, le recouvrement des schémas de niveaux pouvant être faible : en effet les réactions IL peuplent préférentiellement les états de haut spin et ne permettent toujours pas d'observer ceux de bas spin vus par décroissance. La spectroscopie sur faisceau est donc tout à fait complémentaire de la spectroscopie de décroissance pour étudier les noyaux "exotiques" pas trop éloignés de la vallée de stabilité.

Une fois le canal de sortie identifié, les techniques de la spectroscopie sur faisceau ¹² sont mises en oeuvre pour rechercher le schéma de niveaux excités du noyau donné : fonctions d'excitations, spectres γ directs prompts et retardés ("in-beam" et "out-beam"), coïncidences γ - γ , mesures de durées de vie. L'attribution des spins et parité repose sur des mesures de distributions angulaires $\gamma(\theta)$ incluant l'angle 0° , de polarisation linéaire et d'électrons de conversion.

Par exemple :



Les réactions de transfert quasi-élastiques en utilisant des projectiles riches en neutrons permettent de former des noyaux excédentaires en neutron ; la double identification des deux particules ainsi que la mesure de l'impulsion de la particule détectée ΔE_1 , ΔE_2 , E obtenues à l'aide d'un spectromètre permet d'obtenir les niveaux excités de noyaux riches en

SPECTROSCOPIE PAR DECROISSANCE

^{92}Mo (^{14}N , 4n) ^{102}In
86 MeV

SPECTROSCOPIE SUR FAISCEAU

^{102}Pd (^3He , 3n) ^{102}Cd
35 MeV

^{92}Mo (^{12}C , 2n) ^{102}Cd
50 MeV

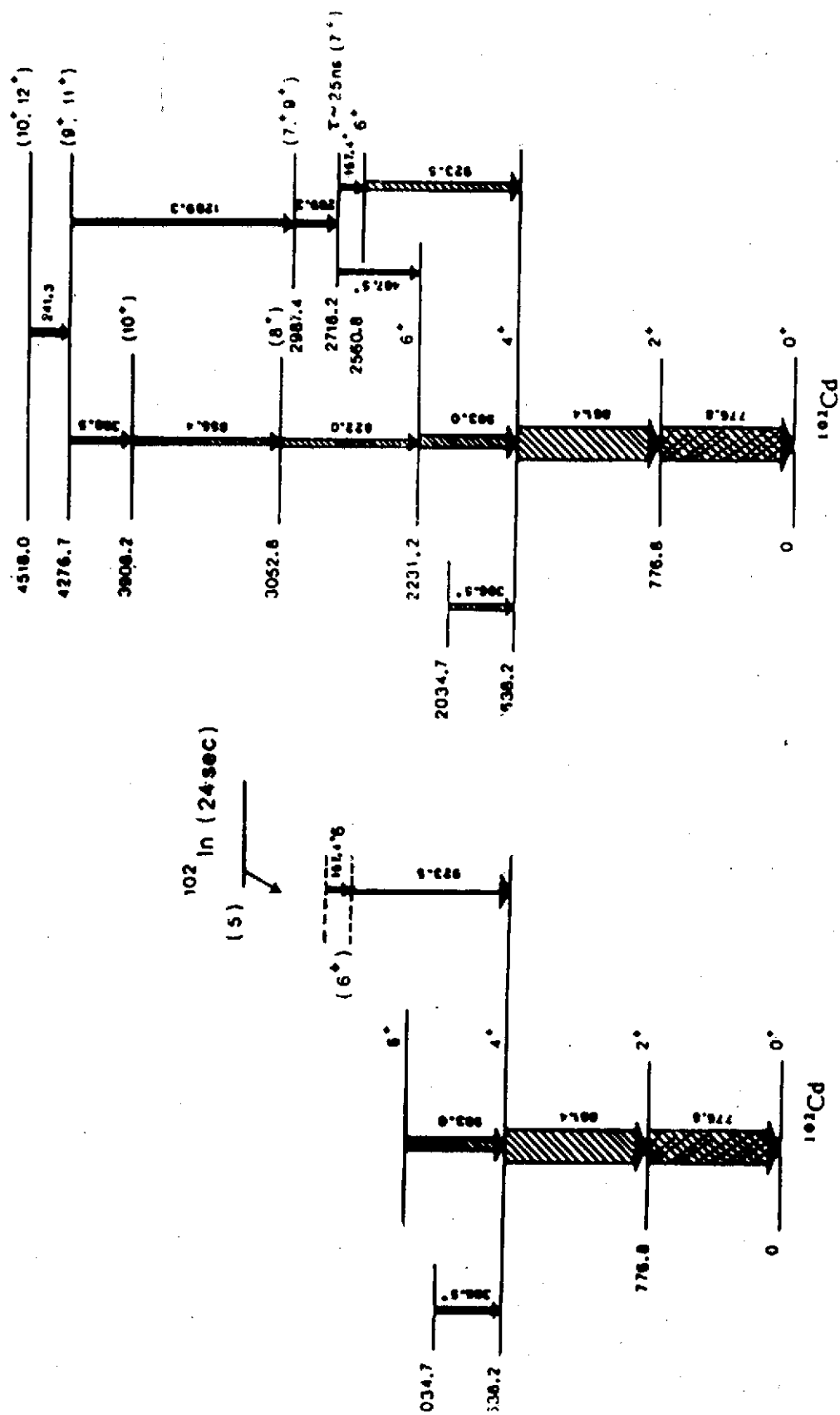
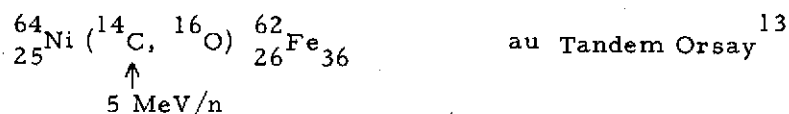


Figure 6 : Schémas de niveaux du ^{102}Cd observés par spectroscopie hors-ligne et en ligne : la raie $2^+ \rightarrow 0^+$ (hachuré) 776.8 KeV attribuée grâce à la séparation isotopique a servi de "marqueur" dans les mesures sur faisceau [1,18]

neutrons ; par exemple la réaction



Cette méthode est cependant limitée à des noyaux riches en neutrons situés pas trop loin de la ligne de stabilité, à l'heure actuelle à cause des cibles.

Pour résumer, nous pensons que les techniques de séparation sont les plus prometteuses, soit après fission induite par neutrons, soit après réactions IL ou de protons très énergétiques (noyau composé, réactions profondément inélastiques, fragmentation ou spallation, fission) (voir figure 7). Le développement technique des sources d'ions devrait permettre la production d'une large plage de nouveaux noyaux exotiques.

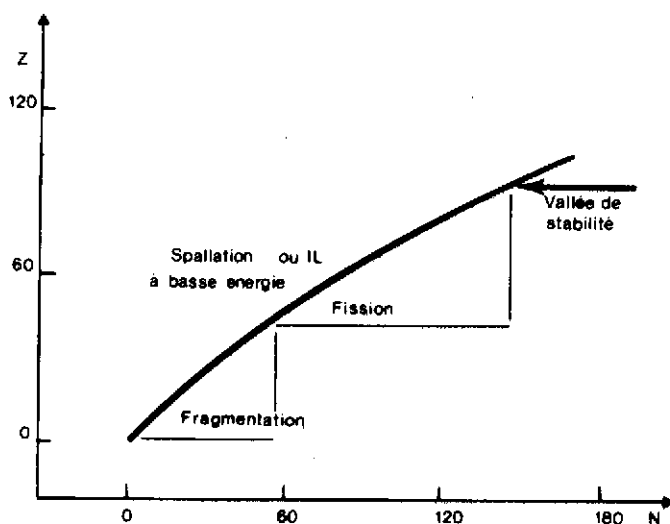


Figure 7 : Présentation schématique des divers modes de production des noyaux exotiques actuels (jusqu'à l'avènement des IL de moyenne énergie entre 10 et 100 MeV/A).

II - QUELQUES RESULTATS EXPERIMENTAUX TYPIQUES

Au fil de la charte des noyaux, en faisant croître progressivement la masse atomique A, nous allons présenter quelques exemples typiques de la spectroscopie à basse énergie des noyaux "exotiques". Nous avons choisi des exemples de noyaux étudiés par divers groupes ou collaborations français (IPN Orsay, CSNSM : Collaboration ISOCELE, Tandem, CEV ; GANIL ; IPN Lyon ; ISN Grenoble ; ILL : OSTIS et LOHENGRIN ; CRN Strasbourg ; CERN : collaboration ISOLDE, PS et SC ; CEA). En effet ces groupes sont parfaitement compétitifs sur le plan international ; ils ont souvent joué un rôle de pionniers dans ce domaine, en restant fréquemment les leaders actuels et leurs travaux sont tout à fait représentatifs de la spectroscopie nucléaire de basse énergie des noyaux situés loin de la vallée de stabilité. Un bilan d'ensemble du domaine peut être trouvé notamment dans les comptes-rendus des conférences spécialisées : le lecteur trouvera l'ensemble des résultats dans les rapports des dernières conférences organisées par le CERN (1976 et 1981) et dans les références ²¹⁻²⁸.

1 - N=20 n'est pas nécessairement un nombre magique, par exemple pour les noyaux riches en neutrons de Na et Mg

Une question à se poser, quand on s'éloigne de la vallée de stabilité, est de savoir si pour un nombre Z magique donné, la magicité varie avec N, ou si pour un N magique donné, la magicité varie avec Z. Prenons le cas des noyaux alcalins très riches en neutrons de Sodium qui ont été extensivement étudiés par la collaboration française du CERN (groupe Klapisch-Detraz) par séparation de masse jusqu'à la masse $A=35^{29-31}$. Le cours de Marcelle Ephremer traite largement de cette question et nous ne donnerons ici que le résultat principal : les isotopes de Na présentent une augmentation de l'énergie de liaison par rapport à l'émission de deux neutrons B_{2n} pour le ^{32}Na ; * au contraire dans le cas des isotopes de Ca on observe une décroissance très nette de l'énergie de séparation quand N passe de 20 à 22 (^{40}Ca à ^{42}Ca) correspondant au saut en énergie caractéristique d'une couche magique (voir figures 8-9). C'est le même phénomène physique que l'on retrouve en physique atomique avec les potentiels d'ionisation au voisinage des couches fermées³². D'autre part, le niveau 2+ excité s'abaisse fortement dans les descendants β des Na, à savoir les $^{30-32}\text{Mg}$, jusqu'à 885,2 KeV dans le ^{32}Mg , énergie la plus basse de la région (voir figure 10) ; même si on n'observe pas de changement radical au niveau de la variation du rayon carré moyen, ces propriétés semblent indiquer l'apparition d'une déformation à partir de N=20 et surtout la disparition de la magicité du nombre N=20 pour des numéros atomiques Z de 11-12.

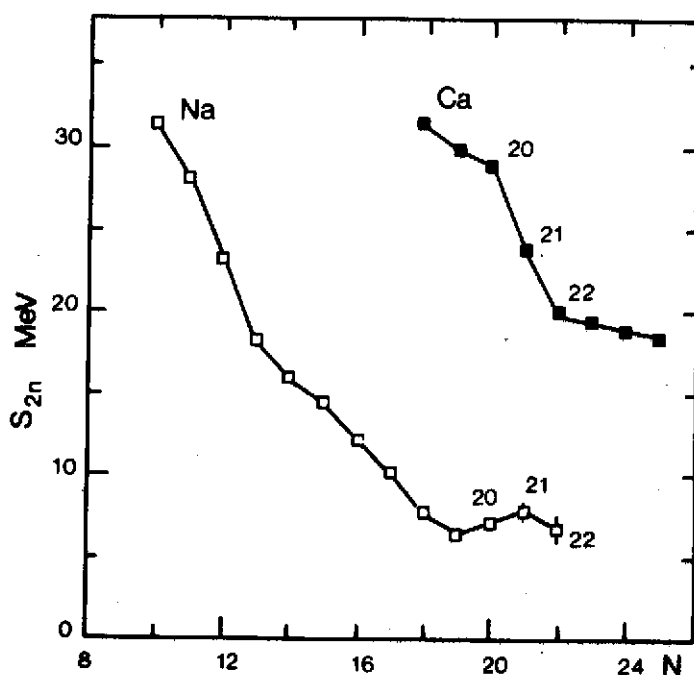


Figure 8 : Variations avec N de l'énergie de séparation S_{2n} pour les noyaux Ca et Na de la couche (2s1d).

* $B_{2n} = B(Z, N) - B(Z, N-2) = M(Z, N) - M(Z, N-2) - 2M(n)$

$B_{2n} = S_{2n}$

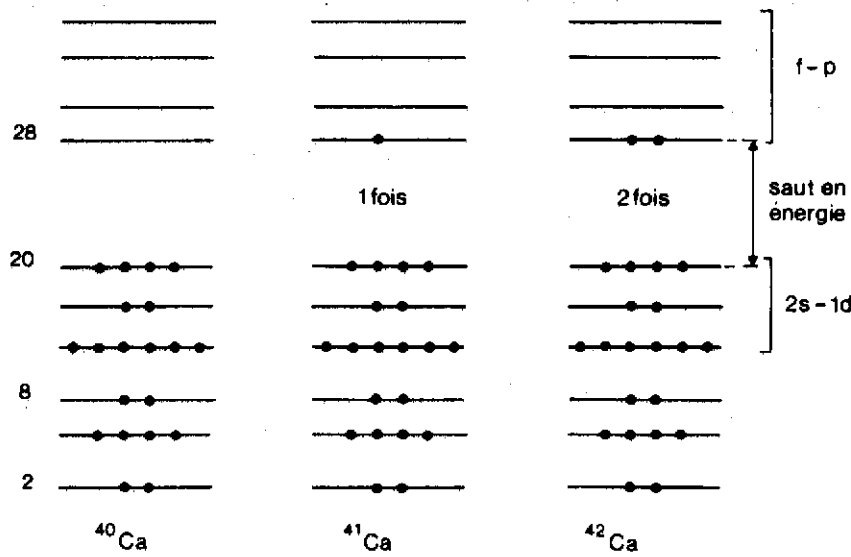


Figure 9 : Remplissage des couches de neutrons dans les noyaux de $^{40-41-42}\text{Ca}$.

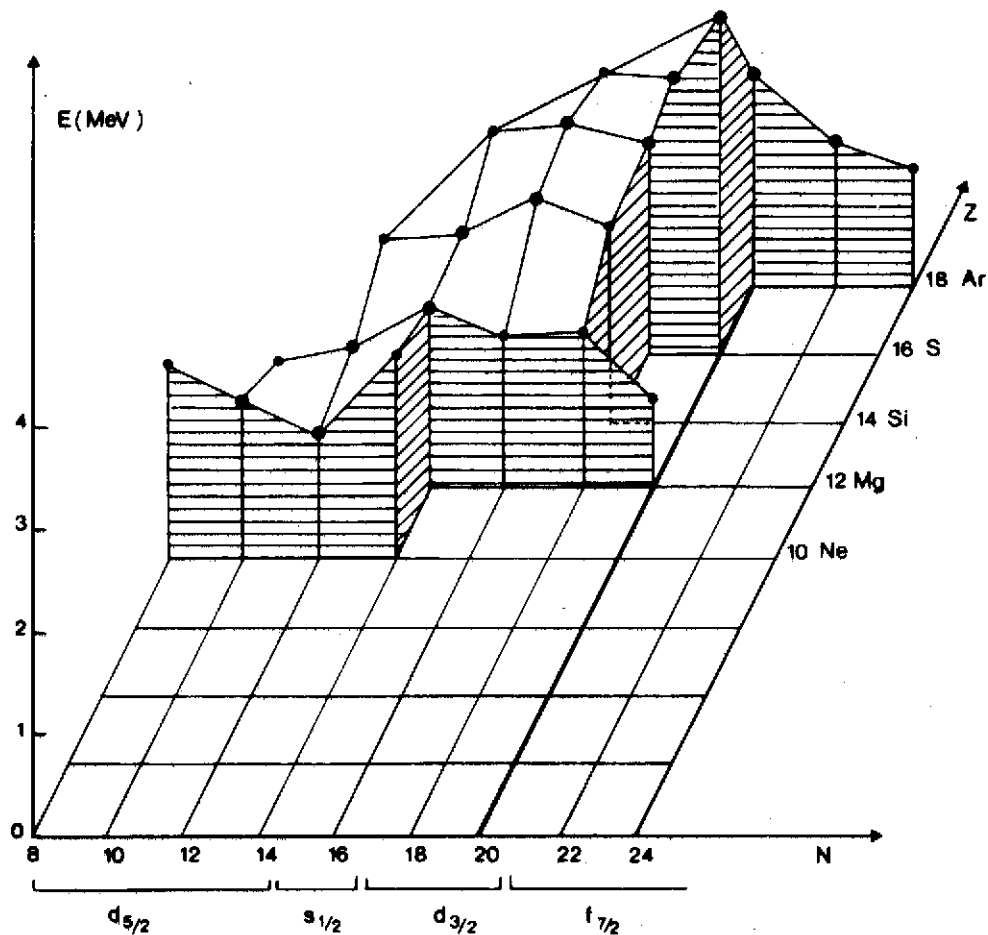


Figure 10 : Systématique des énergies du premier niveau $2+$ excité pour la région de masse voisine de $N=20$ en fonction des nombres de neutron et de proton. Pour $N=20$, le niveau $2+$ dans le ^{32}Mg descend de 1.483 MeV à 885.2 KeV, énergie la plus basse de la région. Les points noirs les plus gros représentent les noyaux stables.

2 - Une zone de forte déformation pour les noyaux riches en neutrons proches de $N=60$

Auprès de la pile à haut flux de l'Institut Laue-Langevin, les isotopes riches en neutrons, produits par fission, de Y et Sr ont été étudiés en particulier grâce au séparateur en ligne OSTIS ("on-line mass separator for thermally ionised fission products") et au spectromètre Lohengrin^{8, 33, 34}.

La figure 11 rappelle les schémas de niveaux typiques de noyaux magiques, vibrationnel peu déformé et rotationnel bien déformé.

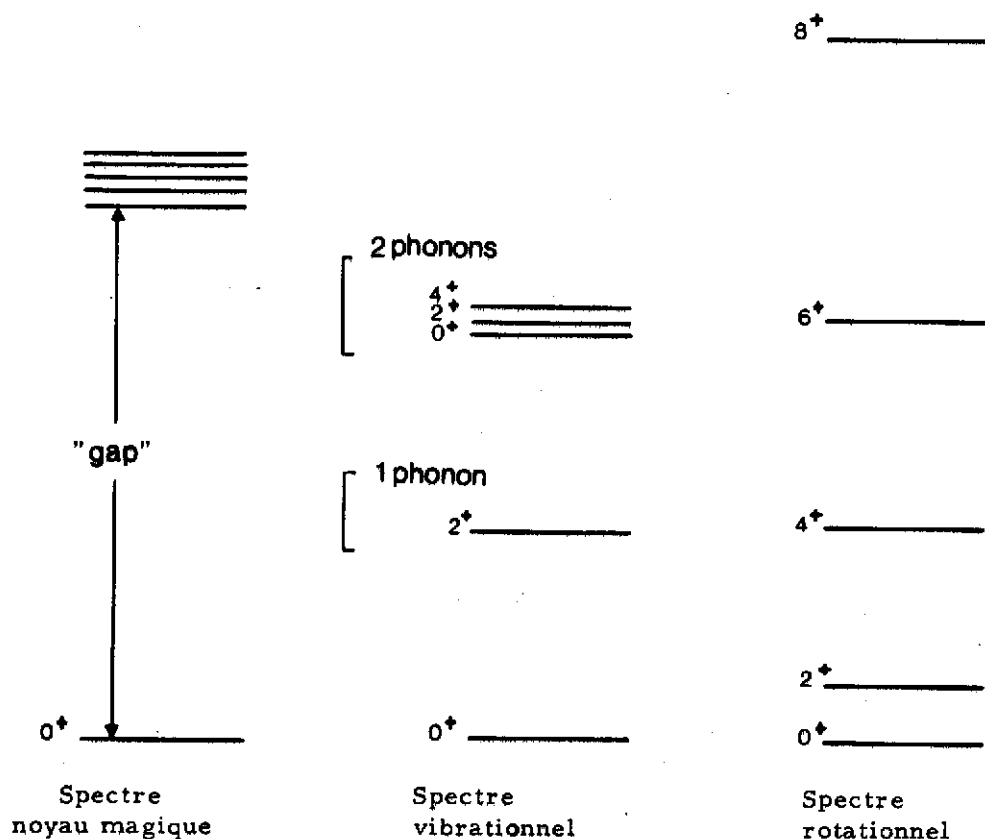


Figure 11 : Schémas de niveaux typiques pour un noyau magique à couches fermées, un noyau vibrationnel presque sphérique et un noyau rotationnel bien déformé.

Dans les isotopes pair-pairs de Sr (voir figure 12), le premier niveau excité 2^+ situé à 1,84 MeV pour $N=50$ (^{38}Sr magique) descend à environ 800 KeV dans les isotopes $N=52, 54, 56, 58$ ($^{90-92-94-96}\text{Sr}$), puis chute de manière spectaculaire pour $N=60, 62$ à moins de 150 KeV ($^{98-100}\text{Sr}$).

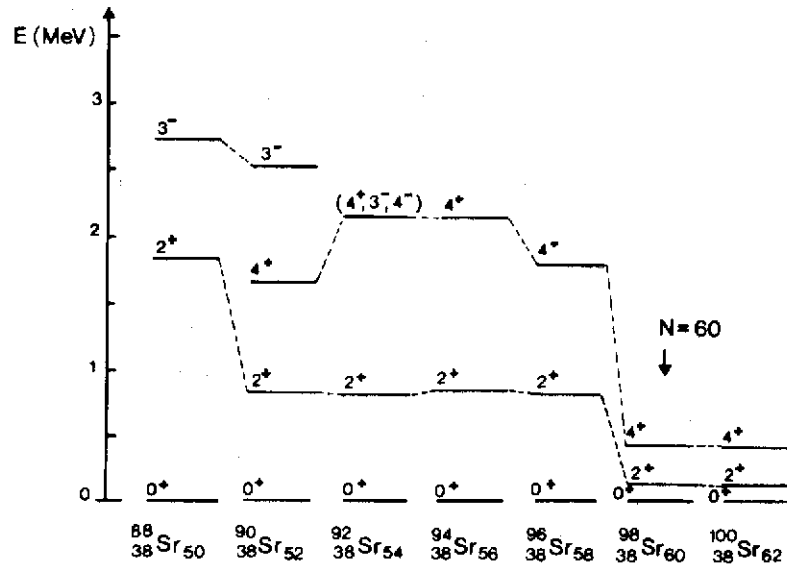


Figure 12 : Variation en énergie des premiers états excités dans les isotopes de Sr en fonction de la masse, en allant de $N=50$ à $N=62$.

Cette chute brutale du niveau $2+$ excité se trouve de manière similaire dans les noyaux riches en neutrons de Mo et Zr de masse $A \sim 100$ (voir figure 13), faisant apparaître clairement un affaissement systématique des énergies du premier état excité $2+$ pour les noyaux $Z=38, 40, 42$.

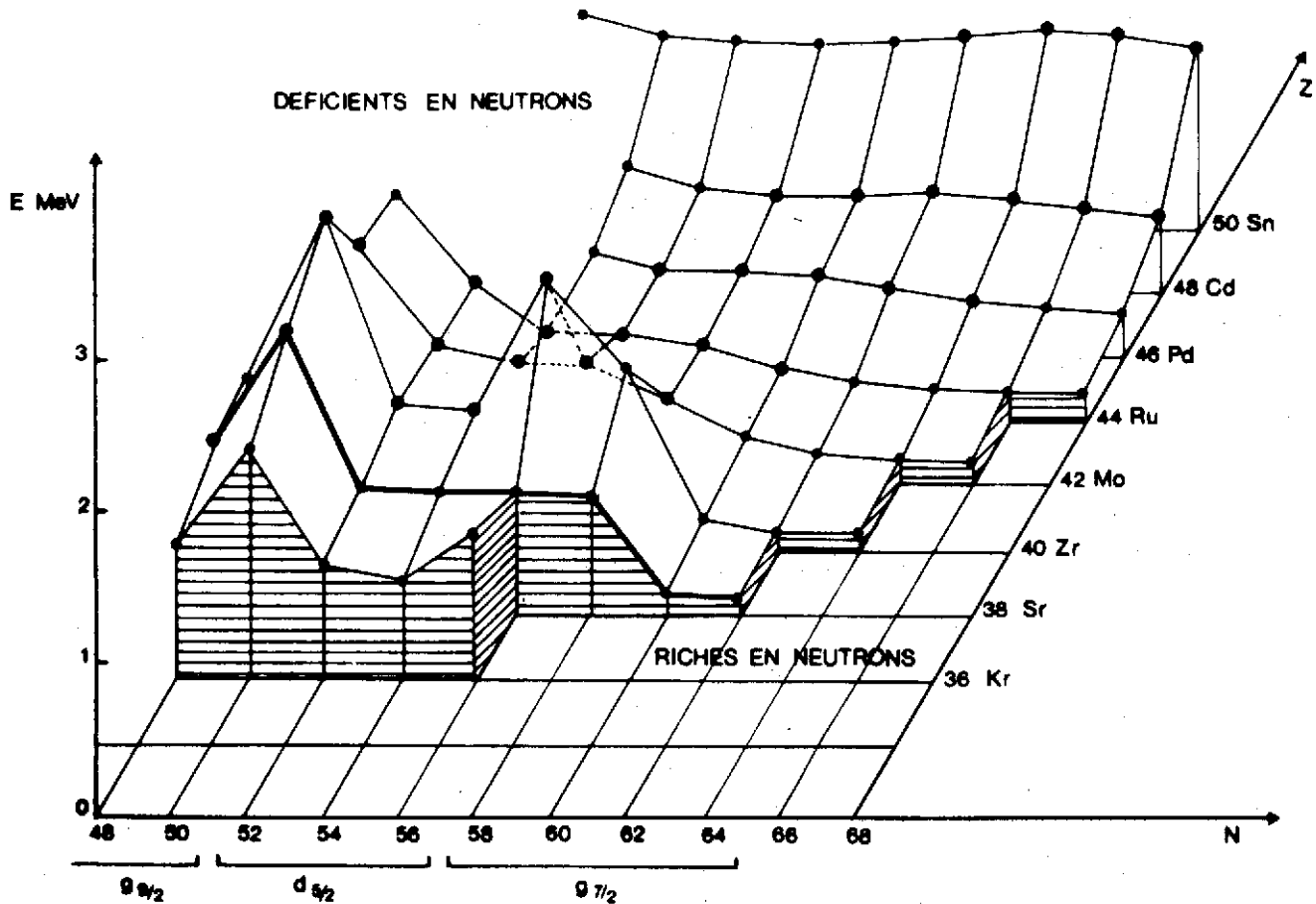


Figure 13 : Systématique des énergies du premier niveau $2+$ excité pour la région de masse $A \sim 100$ en fonction des nombres de neutron et de proton. Les points noirs les plus gros représentent des noyaux stables et le trait gras la série des Sr.

On peut réellement parler de noyaux déformés car la valeur du rapport $E4+/E2+$ observée dans le $^{100}_{38}\text{Sr}$ vaut 3,23 : la valeur correspondante pour la bande rotationnelle d'un pur rotor est de 3,33. Le paramètre de déformation axiale β_2 , que l'on peut en déduire est d'environ 0,44. Le même phénomène transparaît dans les isotopes impairs d'Yttrium, avec l'apparition soudaine d'une bande de rotation bâtie sur l'état fondamental de $^{99}_{39}\text{Y}_{60}$.

Dans les descendants β des Sr, les Rb, d'autres preuves expérimentales de la déformation pour $N=60$ existent : la variation nette de l'énergie de liaison par rapport à l'émission de deux neutrons B_{2n} et la forte augmentation de la variation du rayon carré moyen $\delta \langle r^2 \rangle^{35}$. Marcelle Ephère traite cette question en détail dans son cours (voir figure 14).

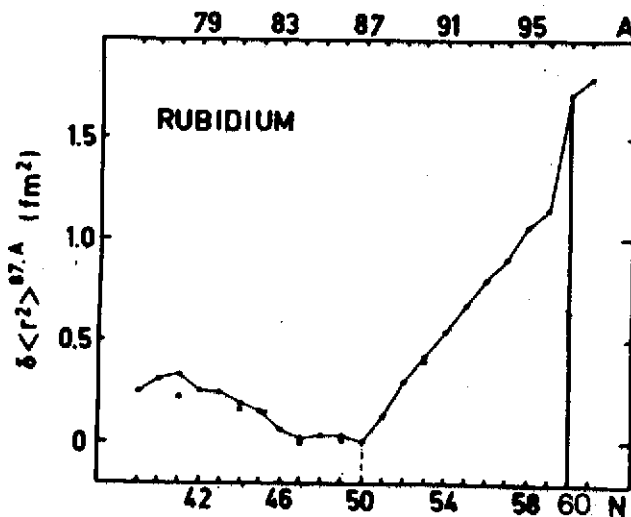


Figure 14 : Variations du carré moyen de rayon de charge déduites des mesures de déplacement isotopique sur les isotopes de Rb relativement au ^{87}Rb : $\delta \langle r^2 \rangle^{87A} = \langle r^2 \rangle^A - \langle r^2 \rangle^{87}$.

Ce faisceau de preuves permet d'affirmer que si le nombre $N=60$ ne présente aucune particularité sur la vallée de stabilité, ($N=56$ et 64 étant eux considérés comme magique et pseudomagique), loin de la vallée de stabilité, ce nombre $N=60$ marque au contraire une zone de forte déformation, vers les masses $A \sim 100$.

3 - Approche de la double magie $N=Z=50$: isotopes de Cd déficients en neutrons voisins de ^{100}Sn

Le noyau doublement magique $^{100}_{50}\text{Sn}_{50}$ est depuis quelques années activement recherché pour savoir si la fermeture de la couche $N=50$ donne lieu à des effets structuraux particuliers $N=Z$. La récente mise en évidence du noyau $^{102}_{48}\text{Cd}$ et de ses premiers états excités au CEV de Grenoble par la collaboration IPN Lyon + ISN Grenoble a permis d'approcher ce noyau $^{100}_{50}\text{Sn}_{50}$. Les premiers niveaux excités $2+$ et $4+$ remontent lentement au voisinage de la fermeture $N=50$, ce qui confirme l'arrivée progressive de la sphéricité attendue (voir figure 15). Cette diminution régulière de la déformation des isotopes de Cadmium en allant vers $N=50$ a été confirmé par des mesures de structure hyperfine et de déplacement isotopique

effectuées sur la série des Cadmium de la masse 120 à 102^{36} .

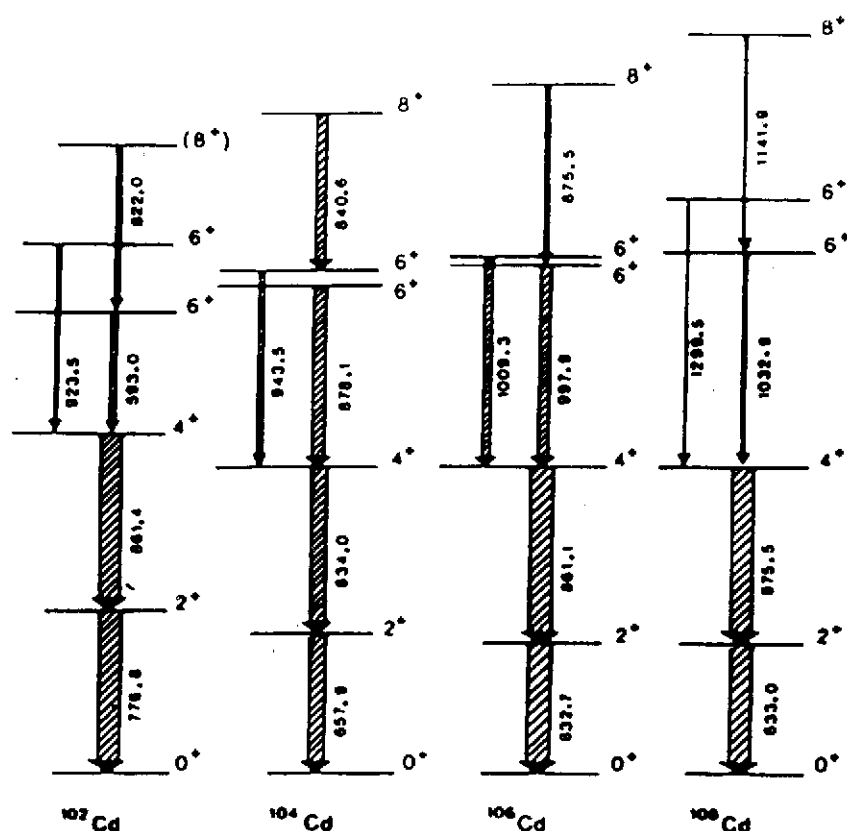


Figure 15 : Systématique des niveaux de haut spin dans les isotopes $^{102,104,106,108}\text{Cd}$.

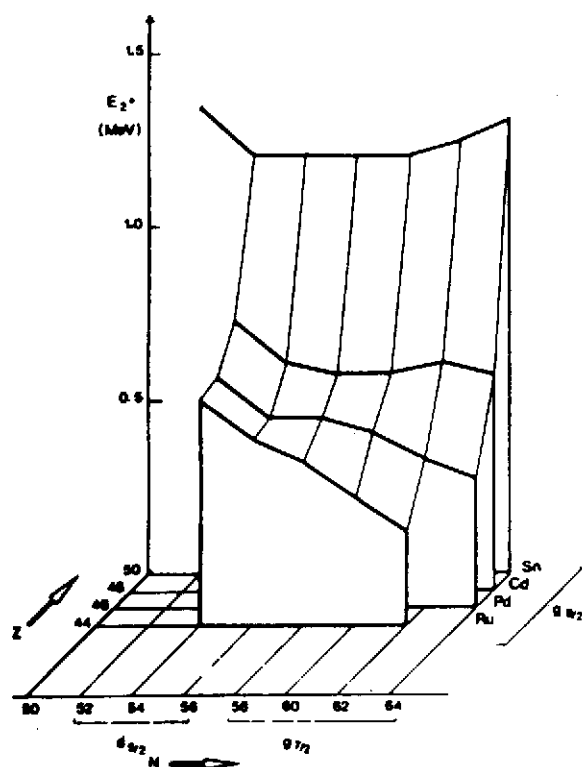


Figure 16 : Evolution de l'énergie E_{2+} du premier niveau excité $2+$ en fonction de Z et N autour de $A = 100$.

De même que la "falaise" des Etains existe quand on se rapproche de $Z=50$ (les états excités $2+$ se trouvent situés à plus de 1.2 MeV), le nombre $N=50$ semble aussi magique pour les noyaux situés loin de la vallée de stabilité.

Il est évident que la connaissance des $^{98-100}\text{Cd}$ permettrait de mieux appréhender la double magicité $N=Z=50$ (voir figure 16).

4 - Schémas typiques de couplage coeur-particule dans les noyaux déficients en neutrons : isotopes de La et d'Ag.

Les réactions (IL, xn yp) permettent, comme nous l'avons vu d'atteindre les noyaux très déficients en neutrons. F.S. Stephens et al.³⁷ choisirent d'étudier ainsi les noyaux impairs de Lanthane, en 1972. Pourquoi les La ? Ces noyaux présentent une couche de parité unique ("unique parity shell") : $1h_{11/2}$ est la seule couche de parité négative présente parmi des couches qui sont toutes de parité opposée, c'est-à-dire positive $2d_{5/2}$, $2d_{3/2}$, $1g_{7/2}$, $3s_{1/2}$. Cela revient donc à effectuer de la spectroscopie à une seule couche (l'interaction coeur-particule avec le seul mode quadrupolaire ne violant pas la parité) et permet de mettre en évidence un phénomène simple de couplage coeur-particule. Quel est ce schéma de couplage ?

Les bandes $11/2^-$, caractérisées par un écart de spin $\Delta I = 2$ et de fortes transitions E2, mises en évidence dans les $^{133-131-129-127-125}\text{La}$ sont absolument calquées en énergie et en spin sur les bandes 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ bâties sur les fondamentaux des $^{132-130-128-126-124}\text{Ba}$ pair-pairs (voir figure 17).

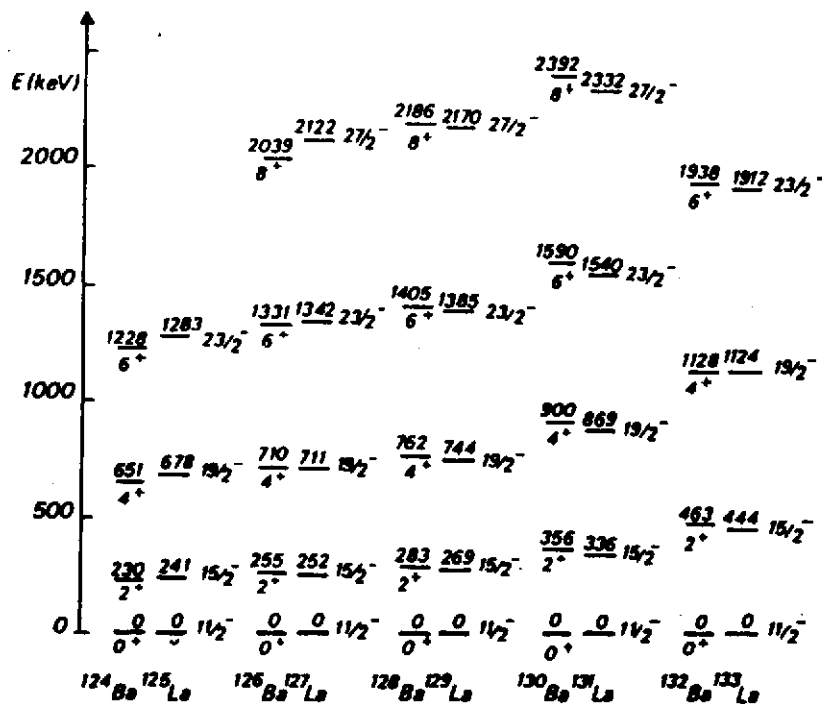
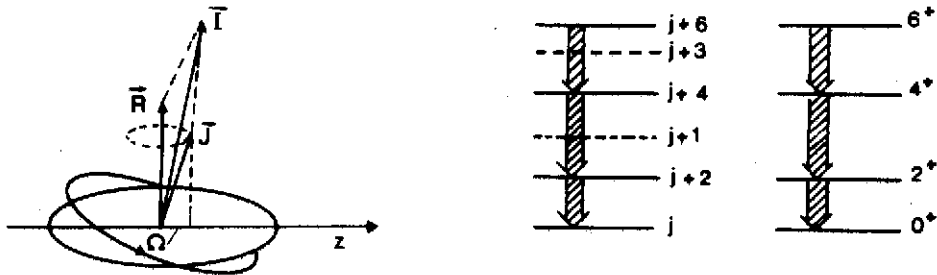


Figure 17 : Comparaison des bandes de parité négative sur le niveau $11/2^-$ des isotopes de Baryum avec les bandes sur le fondamental des noyaux de Lanthane voisins d'après F.S. Stephens et al.

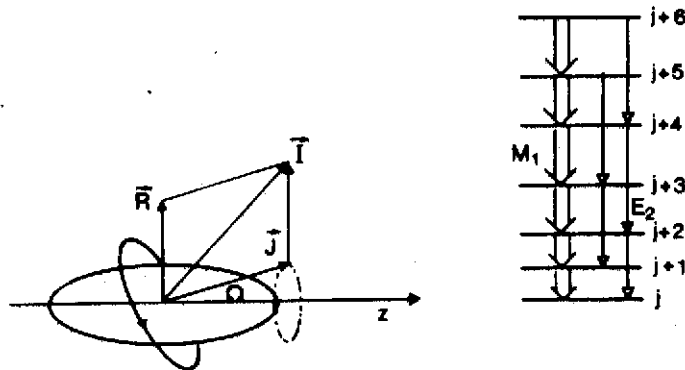
Ces bandes où les mouvements du coeur et de la particule sont apparemment indépendants (ce qui conduit à la même progression en énergie et en spin que dans la bande rotationnelle du coeur seul) sont appelées "bandes découplées". Sans entrer dans les détails, en faisant le raisonnement simplifié suivant, nous pouvons comprendre ce qui se passe :

- la force de Coriolis tend à aligner le moment angulaire \vec{j} de la particule avec le

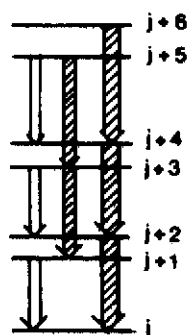
moment angulaire \vec{R} du coeur ; elle s'oppose au couplage coeur-particule de sorte que la projection de \vec{j} sur l'axe de rotation devient un bon nombre quantique au détriment de Ω . Cette force est d'autant plus importante que \vec{j} est grand, sa projection Ω sur l'axe de symétrie du coeur et la déformation (ou ce qui revient au même le moment d'inertie) petites. On désigne la nature de cette situation comme une "limite de découplage" ou encore comme un "alignement du à la rotation" (voir figure 18).



Bande découplée (en noir et hachuré les transitions E2, en blanc les transitions M1)



Bande couplée



Cas intermédiaire

Figure 18 : Schémas de couplage coeur-particule pour le cas d'une particule (cas des noyaux impairs).

De telles bandes "découplées" ont été à la même époque mises en évidence dans de nombreux noyaux de transition de la charte, déficitaires en neutrons, tels les Cd, Pd, etc...

Le même type de phénomène transparait dans les noyaux impair-impairs ; par exemple le phénomène de "particule spectateur" dans les Ag^{38} que nous allons maintenant décrire.

Dans le cas d'une situation de "conflit" correspondant à un neutron découplé + un proton couplé ou vice-versa, si le spin de la particule découplée est faible, cette dernière tend à s'aligner sur l'axe de symétrie du noyau et le spectre en énergie du noyau impair-impair est quasiment calqué sur celui de l'impair : dans l'isotope déficient en neutron ^{102}Ag , obtenu par réactions IL. Le neutron impair apparaît comme un spectateur, il ne s'associe plus à l'autre particule et suit simplement le mouvement du coeur impair (voir figures 19-20).

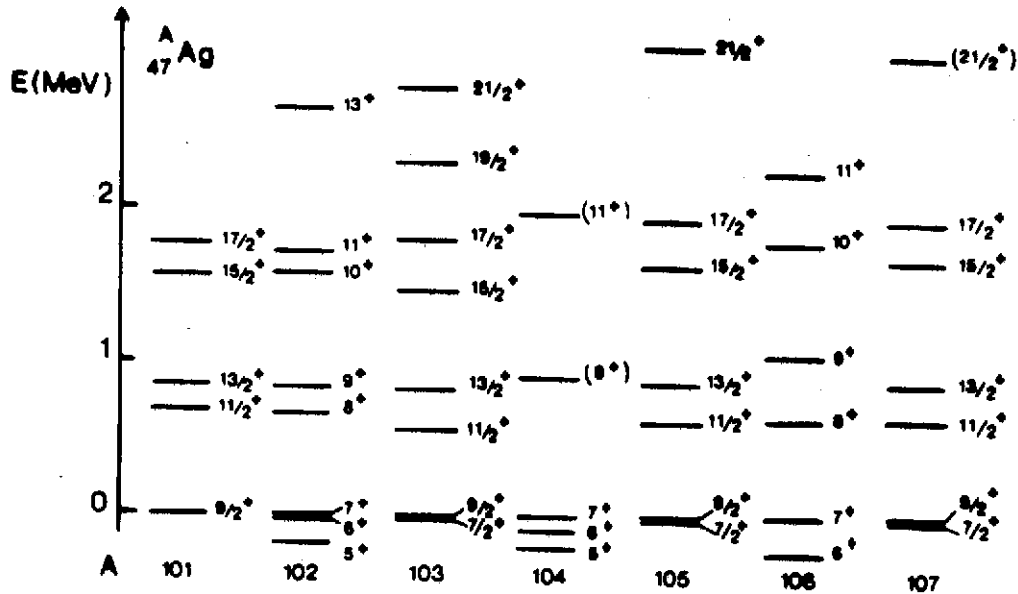


Figure 19 : Comparaison de la séquence 7^+ , 8^+ , 9^+ ... des isotopes i-i avec la bande $9/2^+$, $11/2^+$, $13/2^+$ observée dans les isotopes impairs adjacents de Ag. Le neutron $d5/2$ est spectateur.

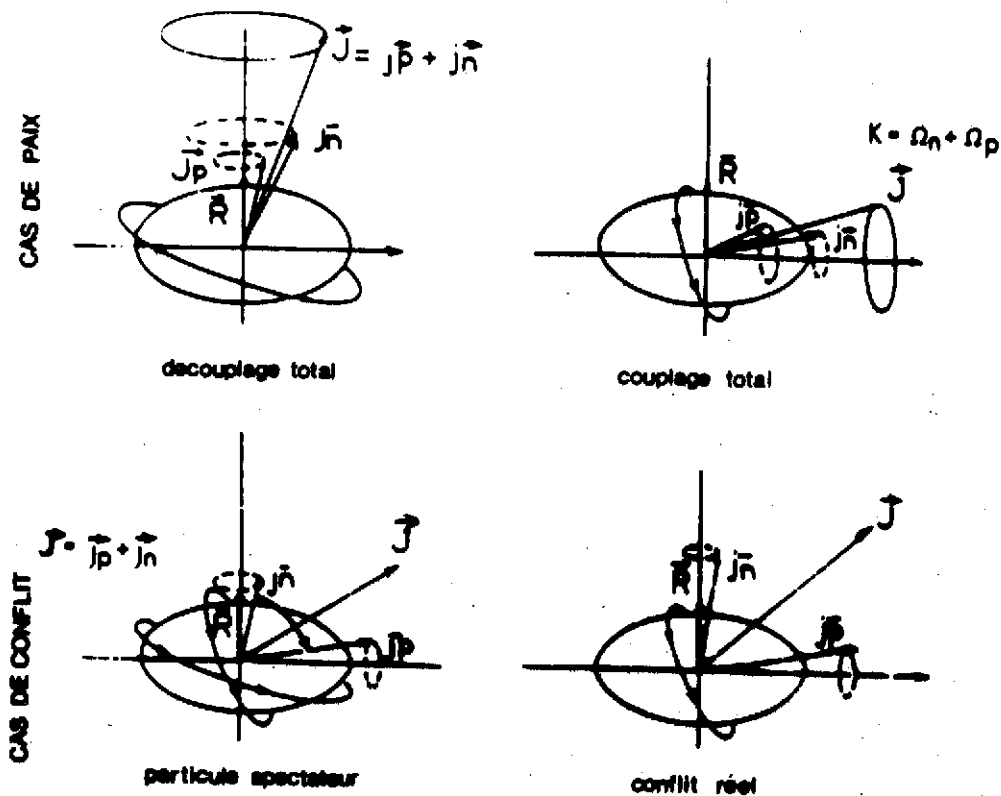


Figure 20 : Différents cas de couplage p + n + coeur observés dans les noyaux i-i.

5 - Coexistence de forme dans les isotopes de Mercure très déficients en neutrons

La zone des noyaux "exotiques" de Pt-Hg fut le lieu d'une grande surprise pour les physiciens d'Isolde : les isotopes de mercure très proches des noyaux magiques de Pb étaient supposés sphériques ou très faiblement déformés ; la découverte en 1972 de l'accroissement dramatique des rayons de charge nucléaire des isotopes impairs $^{185-183}\text{Hg}$ entre $A=187$ et $A=185$, par étude de pompage optique de la structure hyperfine fit l'effet d'une "bombe" : une transition de forme ou isomérisme de forme était découverte dans ces noyaux ³⁹⁻⁴⁰⁻⁴¹ (voir figure 21). Les expériences de spectroscopie sur faisceau d'IL et de décroissance des Tl (à Isocèle en particulier) permit de montrer sans ambiguïté que deux bandes de déformation différente coexistaient dans les Hg p-p très déficients en neutrons, l'une correspondant à une forme faiblement aplatie et l'autre bien allongée (voir figure 22) (1973-75-77)^{42,43,44}.

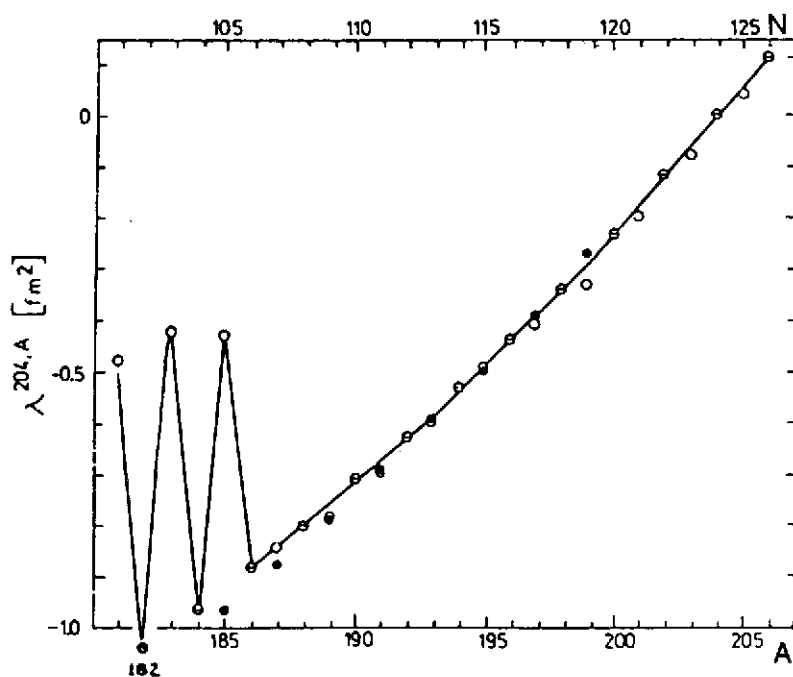


Figure 21 : Changement des rayons de charge relatifs dans les isotopes de Hg par rapport au ^{204}Hg . $\lambda = \delta \langle r^2 \rangle - 1.1 \times 10^{-3} \delta \langle r^4 \rangle + \dots$

Pour les noyaux impairs, les cercles blancs indiquent la valeur de λ de l'état fondamental, les cercles noirs pour l'état isomère $13/2+$. Pour les noyaux p-p les cercles barrés sont rattachés à l'état fondamental.

Ce phénomène fut confirmé en 1979 par spectroscopie hyperfine laser⁴⁵.

- En fonction d'un seul paramètre (le paramètre de déformation axiale caractérisant la forme du noyau), on voit apparaître pour le noyau deux états métastables, très proches en énergie, presque dégénérés. C'est un peu la même situation que celle observée en physique moléculaire pour la molécule d'ammoniaque NH_3 .

- Les propriétés globales du noyau (forme, énergie de liaison, rayon carré moyen, niveaux excités) présentent alors une bifurcation ou catastrophe, au sens mathématique ; si on perturbe légèrement le système, en le faisant tourner plus vite par exemple, ou en rajoutant

une particule dans une couche ou dans une autre, un changement radical s'ensuit.

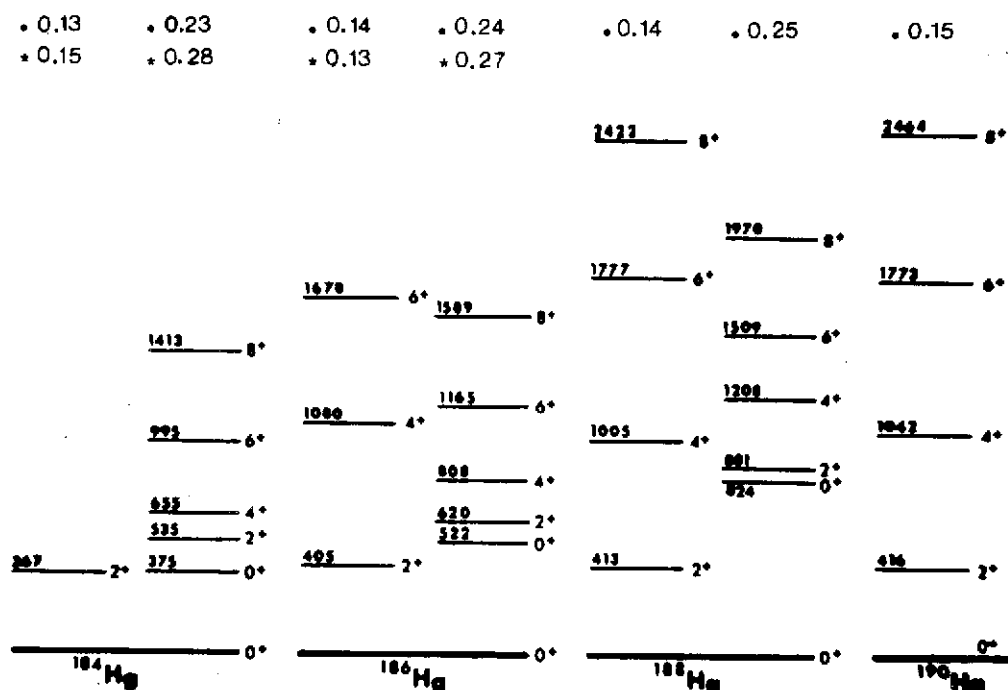


Figure 22 : Schémas de niveaux des isotopes p-p de Hg déficients en neutrons montrant la coexistence de forme. Les chiffres indiqués au-dessus des bandes sont les valeurs de $|\beta_2|$ déduites de mesures de durées de vie (avec une astérisque) et des énergies des divers états dans chaque bande (avec un point noir).

Ce phénomène de coexistence de forme allongée-faiblement aplatie a été observé aussi dans les isotopes pair-pairs et impairs de Platine ainsi que dans les isotopes impairs d'Or, tous très déficients en neutrons. En 1972, les variations brutales des états excités 0^+ et 4^+ entre le ^{188}Pt et le ^{186}Pt , observées par étude de décroissance permirent d'étendre le phénomène aux isotopes de Pt^{46,47}.

Les isotopes impairs de $^{187-185}\text{Pt}$ ^{48,49} étudiés par décroissance et sur faisceau en 1975 présentent une bande de rotation normale, signature d'une forme allongée, pour $A=185$ et une bande découplée pour $A=187$ dénonçant ainsi une forme aplatie. Il faut se garder de croire qu'un noyau impair a la même forme que les isotopes pair-pairs adjacents mais cette transition de forme établie dans les Pt impairs laisse supposer l'existence du même phénomène dans les Pt pair-pairs.

De la même manière, la coexistence a été clairement établie dans les isotopes impairs d'Au ($A=185, 187, 189$)^{50,51} à Isocèle et par réactions IL par l'observation de bandes découplées bâties sur les états $11/2^-$ (signature d'une forme aplatie) et $9/2^-$ et $13/2^+$ (indices d'une forme allongée).

III - LES CONCEPTS THEORIQUES MIS EN OEUVRE

1 - Notre hypothèse limitative de la description de ces noyaux

Ayant dressé un rapide bilan expérimental de la spectroscopie des noyaux situés loin de la vallée de stabilité, il convient de définir l'outil théorique que nous allons utiliser pour les décrire. Dans ce cours nous allons nous limiter aux modèles dits "microscopiques", qui ont déjà permis de comprendre la structure des noyaux situés sur la vallée de stabilité. En effet nous considérons le noyau de masse A comme l'assemblée de A nucléons en interaction ; nous voulons décrire, de plus, l'ensemble des noyaux de la charte, légers, moyens, lourds et super-lourds.

Nous n'aborderons pas ici, sans aucun jugement de valeur, mais pour des raisons de limitation évidente en temps les modèles théoriques ne répondant pas à ce critère. C'est ainsi que nous ne parlerons pas du modèle de bosons IBA en interaction⁵²⁻⁵⁶, ni des calculs de modèle en couches. Parmi les modèles faisant intervenir la représentation de bosons, le modèle IBA "Interacting Boson Approximation" est certainement le plus connu des expérimentateurs ; utilisant la théorie des groupes, il inclue les limites vibrationnelle, rotationnelle de symétrie axiale ou non comme correspondant aux différents sous-groupes du groupe SU (6) :

- SU (5) pour la limite vibrationnelle
- SU (3) pour la limite rotationnelle (noyaux rotateurs rigides à symétrie axiale)
- O (6) pour les noyaux γ instables (noyaux rotateurs instables en déformation triaxiale)

Les énergies ainsi que les probabilités de transition dans les trois cas prennent des formes analytiques simples dans la version primitive de IBA. Cependant la liaison bosons-nucléons, c'est-à-dire les fondements physiques du modèle et la dérivation microscopique des paramètres restent des questions ouvertes à ce jour, même si de nombreux résultats ont été obtenus dans des noyaux à peu de nucléons de valence, près des couches fermées .

En ce qui concerne le modèle des couches, de très nombreux calculs ont été réalisés avec seulement quelques nucléons de valence (4 ou 5 particules de valence actives). Des calculs complets, c'est-à-dire multi-couches, sans coeur inerte et utilisant des interactions N-N raisonnables, n'ont pu être menés que pour des noyaux relativement légers ($A \sim 50$ par A. Zucker)^{57, 58}, avec les ordinateurs disponibles actuellement.

Le lecteur pourra se référer au cours de Claude Mahaux qui discute de manière exhaustive le modèle en couches et les limitations de l'approximation de particules indépendantes.

Comme nous l'avons dit, les concepts théoriques que nous mettrons en oeuvre sont ceux du problème à N corps, c'est-à-dire les méthodes ou modèles microscopiques : en effet

nous voulons décrire de manière unitaire à la fois les caractéristiques de l'état fondamental d'un noyau "exotique" (rayon carré moyen, densité nucléaire, énergie totale de liaison, déformation...) et ses niveaux excités de basse énergie. Dans notre analyse microscopique, un noyau de masse A est considéré comme un ensemble de A nucléons en interaction. La complexité de tels calculs microscopiques est évidente mais il convient de bien comprendre que cette approche apporte des informations que les modèles phénoménologiques sont incapables de fournir ; la difficulté est le prix à payer pour décrire de façon unitaire les propriétés globales du noyau et ses excitations de basse énergie et ce pour tous les nombres de masse.

En caricaturant à l'extrême cette idée, nous pourrions dire qu'à l'aide des seules formules empiriques de Von Weisacker et du modèle rotationnel

$$M(A, Z) = Z M(H) + (A - Z) M_n - U_V A + U_S A^{2/3} + U_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + U_T \frac{(N-Z)^2}{A}$$

$$E_I - E_{\text{Fondamental}} = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2$$

et à leurs paramètres U_V , U_S , U_C , U_T , A et B , il est possible de retrouver la masse et les premiers niveaux excités de nombreux noyaux de la charte. Nous n'aurions cependant pas une vue unitaire des propriétés globales et spectroscopiques des noyaux et surtout nous ne connaissons pas l'origine de ces divers paramètres à partir des constituants du noyau et de leur interaction.

Sir Denis Wilkinson affirmait en 1976⁵⁹ que le noyau de ^{208}Pb était constitué de 79 % de nucléons, 5,4 % de paires N-N, 1 % de particules alphas, 11 % de pions, 1,4 % de résonances isobariques, 0,5 % d'antinuéons, 2 % de mésons lourds, 0,1 % d'hypérons etc... Nous ne nous occuperons que du degré de liberté nucléonique des noyaux "exotiques".

Dans ce problème à N corps, nous devrions envisager de sommer tous les termes de rediffusion des nucléons en interaction, deux à deux, à l'intérieur du noyau. Malheureusement on ne sait le faire que pour le problème à 3 corps (t , π d etc...). Au delà les calculs sont impraticables. Or le modèle de Mayer et Jensen a obtenu de nombreuses confirmations expérimentales : nombres magiques retrouvés, énergies de séparation, moments statiques multipolaires, spins et parités des premiers niveaux des noyaux A impairs. Ce modèle est basé sur l'hypothèse de particules indépendantes ce qui semble à priori étonnant vu que les forces nucléaires sont, à l'inverse de la physique atomique, à très courte portée et intenses. On comprend que le principe de Pauli augmente le libre parcours moyen λ , le faisant passer de la valeur initiale de 1 Fermi à la valeur de quelques dizaines de Fermi ; λ est inversement proportionnel à la densité ρ des nucléons et à la section efficace σ de collision ; à partir du principe de Pauli de nombreux nucléons ne peuvent interagir, les états finaux après collision étant déjà occupés. σ diminue et λ augmente et devient de l'ordre des dimensions du noyau. On

peut légitimement parler de particules indépendantes. Nous retiendrons donc le postulat de l'existence d'un champ moyen créé par l'ensemble des nucléons. Nous remplaçons le problème de A nucléons en interaction par celui de A particules indépendantes, chacune étant plongée dans un champ moyen, c'est-à-dire un potentiel créé par l'ensemble des A .

D'autre part, bien que des calculs à trois corps⁶⁰ dans He^3 aient donné de bons résultats avec des forces à trois corps, il n'existe pas d'évidence expérimentale claire de telles forces à trois corps. Nous admettrons donc que les forces à deux corps sont seules présentes.

En résumé dans ce cours, pour décrire les noyaux situés loin de la vallée de stabilité, nous postulons que les noyaux ne sont formés que de nucléons interagissant par des forces nucléaires à deux corps. D'autre part nous ne traiterons que de noyaux froids décrits par une fonction d'onde à l'approximation de particules indépendantes.

2 - L'interaction nucléon-nucléon

Le problème de l'interaction N-N à deux corps est certainement le plus important de la physique nucléaire. Plusieurs modes de pensée s'offrent à nous pour construire une telle interaction nucléon-nucléon. La première et peut-être la plus "noble", c'est-à-dire la plus microscopique serait d'interroger la physique des particules qui décrit les nucléons comme constitués de quarks confinés, interagissant par l'intermédiaire de gluons, bosons vecteurs $\vec{1}$ de l'interaction forte : idéalement on construirait un potentiel N-N à partir de l'échange de gluons entre les quarks des nucléons en interaction ; de nombreux travaux utilisent une telle voie par l'intermédiaire des modèles "de sacs" pour les nucléons et arrivent à livrer des forces N-N complexes et contenant de multiples paramètres liés au modèle utilisé^{61,62}. Cependant en l'absence d'une véritable justification théorique du confinement et devant l'impossibilité de résoudre ce problème, une approche de ce point de vue est encore un rêve.

Une autre approche utilise le champ mésonique et est basée sur l'idée originale de Yukawa de 1935⁶³ selon laquelle l'échange de mésons est responsable de la force N-N. Dans ce modèle, la portée de l'interaction est liée à l'inverse de la masse ; plus la distance entre les nucléons devient faible, c'est-à-dire à courte portée, plus de pions interviennent. Il faut tenir compte alors de 1, 2, 3, ... pions (mésons π) ou de mésons lourds tels les particules ρ ou ω . A très courte portée, dans l'impossibilité de tenir compte de tous les échanges nécessaires, la force est ajustée phénoménologiquement sur la diffusion N-N libre et l'état lié du deuton. Un des plus beaux exemples d'une telle démarche est le potentiel de Paris (Vinh-Mau 1979)⁶⁴.

La force N-N présente le défaut majeur de donner une très mauvaise convergence

des séries de perturbation parce qu'elle contient un coeur répulsif plus ou moins dur. Dans la matière nucléaire infinie ou les noyaux finis, il faut définir une interaction N-N tenant compte, par le principe de Pauli, d'autres nucléons que ceux de la paire interagissante. On appelle une telle interaction, interaction effective. Cette dernière peut être en principe déterminée par la méthode de Brückner 1954⁶⁵ et l'approximation de densité locale LDA 1961⁶⁶. Dans une telle approche, les propriétés de saturation sont qualitativement bien reproduites mais pour obtenir une description quantitative des noyaux finis, il est nécessaire de rajouter des corrections (Negele 1970⁶⁷, Campi 1972⁶⁸).

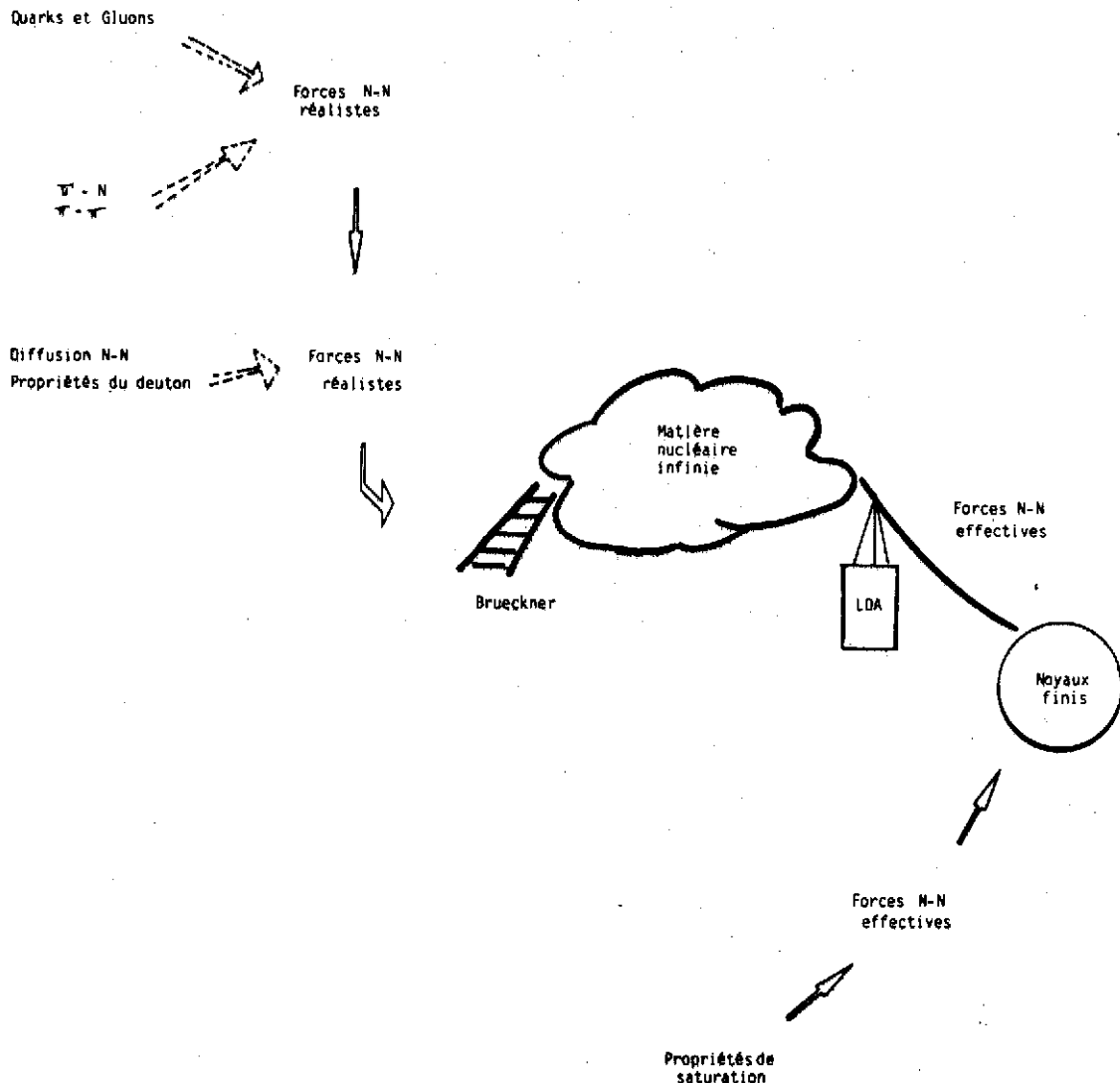


Figure 23 : Représentation schématique du passage des interactions réalistes aux interactions effectives.

Compte-tenu de la nécessité d'effectuer en tous cas des corrections phénoménologiques et de la difficulté inhérente à l'approche de Brückner, on peut choisir une approche entièrement phénoménologique pour construire directement une interaction effective utilisable pour des calculs dans les noyaux finis, légers ou lourds. On ajuste une fois pour toutes les paramètres de cette interaction sur les énergies de liaison et les rayons de quelques noyaux sphériques stables. On s'inspire des résultats des calculs de Brückner pour inclure une dé-

pendance de l'interaction effective dans la densité nucléaire au centre de masse de la paire N-N interagissante (l'interaction effective dépend de l'endroit où on se trouve dans le noyau). On peut classer ces forces, par exemple, suivant la portée de leur partie centrale : certaines sont à portée finie (somme de gaussiennes Gogny 1973⁶⁹, Rouben 1972⁷⁰) et d'autres par souci de simplicité sont composées d'une force de portée nulle (force δ de contact) corrigée par une partie dépendante des vitesses. C'est le cas des forces de Skyrme (Vautherin, Brink, Moskowsky 1970-72)⁷¹⁻⁷³ dont les paramètres (au plus 10) sont ajustés une fois pour toutes sur les propriétés statiques des noyaux sphériques, sur les propriétés des résonances géantes et sur les propriétés de déformation telle que la hauteur de la barrière de fission dans les actinides (voir annexe 1).

La figure 23 illustre de façon schématique le passage des interactions réalistes aux interactions effectives⁷⁴.

3 - Schéma des diverses étapes du problème à N corps permettant d'atteindre la structure des noyaux exotiques

Une fois définie l'interaction nucléon-nucléon effective, on résout l'équation de Schrödinger dépendant du temps à l'approximation de particules indépendantes. En restreignant ainsi nos fonctions d'onde nucléaires à des déterminants de Slater, on obtient l'équation de Hartree-Fock dépendant du temps, dénotée en anglais par "Time-dependent Hartree-Fock" ou par le sigle TDHF. Deux types de calculs doivent être effectués :

i) on recherche une solution de l'équation statique de Hartree-Fock (HF) ; en pratique, il faut ajouter, à nos solutions de particules indépendantes, les corrélations d'appariement que l'on traite à l'approximation de Hartree-Fock Bogoliubov (HFB) ou à l'approximation de Bardeen-Cooper-Schrieffer (HF+BCS). Pour décrire l'espace de déformation, par exemple celui de la déformation quadrupolaire axiale, on veut s'intéresser aux solutions hors de l'équilibre. Pour ce faire, on résout l'équation de Hartree-Fock contraint (CHF) en imposant une contrainte sur la valeur moyenne de l'opérateur quadrupolaire. La résolution des équations CHF fournit la surface d'énergie potentielle de déformation $V(q)$ et les solutions propres de l'hamiltonien à 1 particule (énergies $\epsilon(q)$ et fonctions d'onde de particules individuelles $\varphi_i(q)$ en fonction de la déformation).

ii) on résout les équations dynamiques TDHF en formulant l'hypothèse que l'énergie cinétique collective par nucléon est petite par rapport à l'énergie d'excitation individuelle, soit encore que la vitesse associée au mouvement collectif est faible comparée à celle des excitations individuelles. Cette approche constitue ce que l'on appelle l'approximation adiabatique de TDHF (notée ATDHF) qui conduit à la détermination de paramètres d'inertie $M(q)$ pour la rotation et les vibrations en fonction de la déformation q . Ces paramètres d'inertie sont analogues à ceux obtenus pour la rotation par Thouless-Valatin (TV). Ils représentent une version self-consistante de ceux obtenus par la méthode du "Cranking" (de la manivelle, inusité en français).

Pour décrire les propriétés des noyaux pair-pairs, on injecte les quantités $M(q)$ et $V(q)$ déterminées microscopiquement par ATDHF et CHF dans l'hamiltonien collectif le plus général, à savoir l'hamiltonien de Bohr arbitrairement quantifié que l'on résoud numériquement.

Pour atteindre la structure des noyaux A impairs ou impair-impairs, ou bien encore pair-pairs en incluant les excitations individuelles, dans le cadre du modèle unifié de Bohr et Mottelson, on couple les excitations du coeur données par la dynamique collective de l'hamiltonien de Bohr (dans une première étape seulement par la dynamique d'un rotor) aux excitations de 1 ou 2 quasi-particules.

A partir de ce schéma (voir figure 24)⁷⁴ décrivant les diverses étapes faisant de passer d'une interaction effective aux propriétés spectroscopiques de basse énergie des noyaux, le plan de la suite du cours apparaît de lui-même. Le chapitre II est consacré à l'approximation TDHF et à ses solutions statiques HFB et HF+BCS. Nous y discuterons les propriétés globales des noyaux dans leur état fondamental (forme, masse ou énergie de liaison totale, densité, rayon carré moyen etc...). Le chapitre III traite de l'approximation ATDHF et ses dérivés (modèles de Cranking et de Thouless-Valatin) ainsi que de la résolution numérique de l'Hamiltonien de Bohr. Des applications de ces théories aux niveaux de basse énergie des noyaux pair-pairs situés loin de la vallée de stabilité seront présentées. Enfin le chapitre IV est dévolu au couplage du degré de liberté individuel à la dynamique collective du coeur. Des illustrations de ces concepts seront donnés dans les noyaux impairs et impair-impairs. Dans le domaine de la spectroscopie des états fondamentaux et des états excités de basse énergie des noyaux situés loin de la vallée de stabilité, tant sur le plan expérimental que sur le plan théorique, les conclusions de ce cours ou plutôt les perspectives de travail pour les prochaines années seront tirées ou entrevues dans le chapitre V.

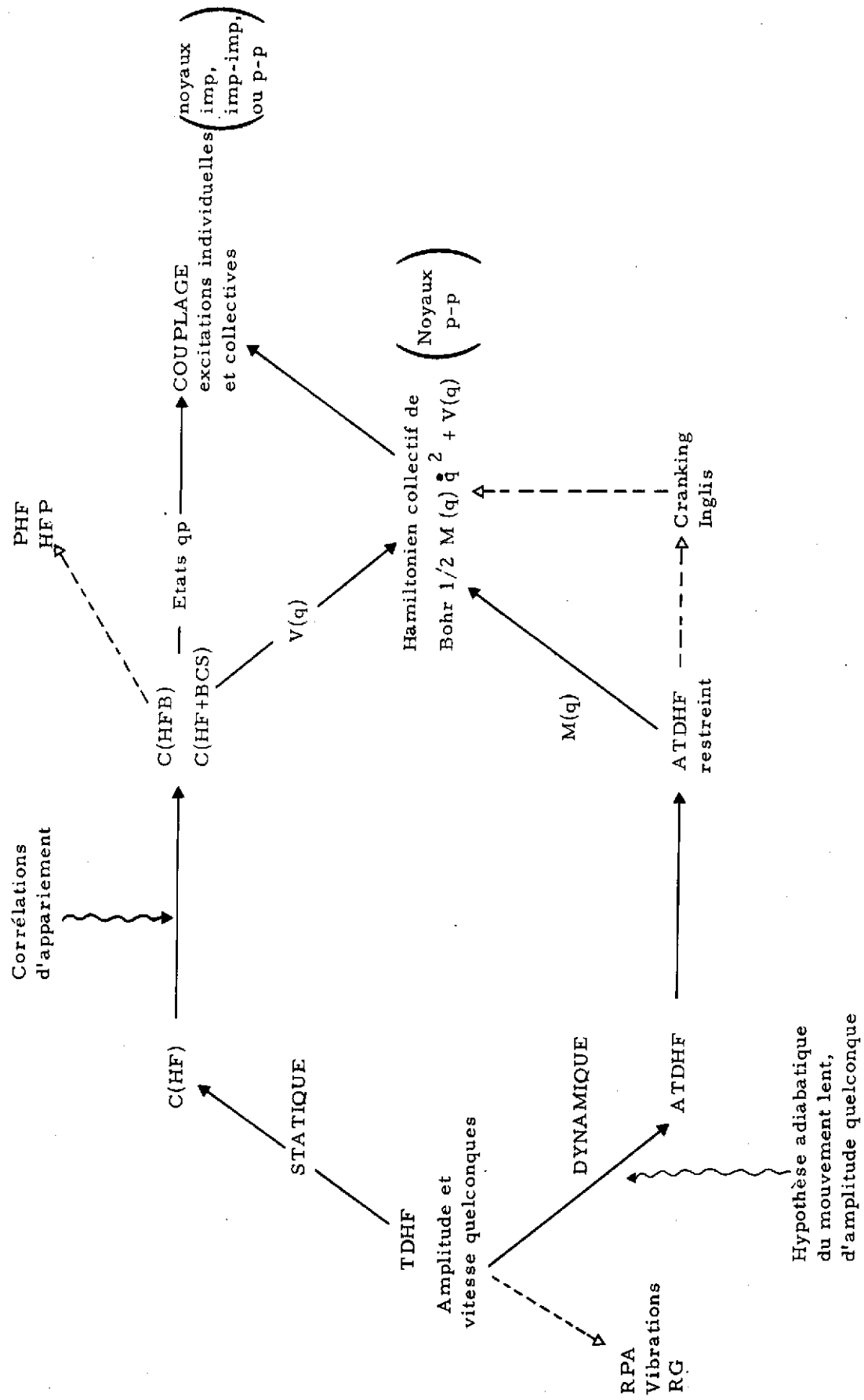


Figure 24 : Les modèles "microscopiques": schéma des diverses étapes à effectuer en partant d'interactions effectives pour obtenir les propriétés spectroscopiques des noyaux pair-pairs, impairs ou impair-impairs.

CHAPITRE II

PROPRIETES GLOBALES DES NOYAUX "EXOTIQUES" DANS LEUR ETAT FONDAMENTAL

I - L'APPROXIMATION DE PARTICULES INDEPENDANTES

L'approximation de Hartree-Fock dépendant du temps (TDHF définie précédemment) fut introduite en 1930 par P.A. M. Dirac⁷⁵ pour les besoins de la physique atomique. Son utilisation non triviale en physique nucléaire ne date que de 1976-78 pour traiter les collisions entre ions lourds^{76, 77}. Elle ne comporte à l'heure actuelle aucune application pour les noyaux "exotiques" qui nous intéressent. Cependant l'approximation TDHF s'est avérée être la source de nombreuses approximations, telles l'approximation ATDHF adiabatique de TDHF, l'approximation des phases aléatoires (RPA ou en anglais "Random Phase Approximation), le modèle du Cranking et bien sûr la théorie stationnaire de Hartree-Fock et tout ce qui en dérive. C'est pourquoi, dans le but pédagogique de présenter de manière unitaire les diverses approches du problème à N corps utilisées pour décrire les noyaux "exotiques", nous rappellerons les hypothèses physiques, les ingrédients et les limitations de la méthode TDHF. Le lecteur pourra se reporter aux références indiquées ci-après pour plus de détails⁷⁷⁻⁸².

Il existe de nombreuses dérivations de l'équation TDHF. Par exemple, on peut avec un hamiltonien effectif H minimiser "l'intégrale d'action" suivante :

$$\mathcal{J} = \int_{t_1}^{t_2} dt \langle \psi(t) | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - H | \psi(t) \rangle \quad \text{soit} \quad \delta \mathcal{J} = 0$$

où δ représente des variations de la fonctionnelle $\mathcal{J}(\psi, \psi^*)$ par rapport à ψ et ψ^* , en imposant des valeurs constantes pour la fonction d'onde aux bornes d'intégration :

$$\delta \psi(t_1) = \delta \psi(t_2) = 0.$$

Si la fonction d'onde ψ est générale cette minimisation conduit à l'équation de Schrödinger dépendant du temps

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) = H(\vec{r}, t) \psi(\vec{r}, t)$$

Si par contre les variations de ψ sont limitées dans le sous-ensemble des déterminants de Slater de l'espace de Hilbert, c'est-à-dire si l'on admet que la fonction d'onde

nucléaire reste pendant toute l'évolution en temps un déterminant de Slater, la minimisation aboutit aux équations de TDHF. Effectuer l'approximation de TDHF signifie résoudre l'équation de Schrödinger dépendant du temps à l'approximation de particules indépendantes. En effet on peut décrire la fonction d'onde de A nucléons comme le produit de A fonctions d'onde de particules indépendantes à 1 corps ; cependant cette solution mathématique ne convient pas physiquement à cause de la symétrie d'échange des nucléons. Pour des fermions on doit considérer une combinaison linéaire antisymétrique, appelée déterminant de Slater :

$$\Psi(\{\vec{r}_i\}, t) = \frac{1}{\sqrt{A}} \begin{vmatrix} \varphi_1(\vec{r}_1, t) & \dots & \varphi_1(\vec{r}_A, t) \\ \vdots & & \vdots \\ \varphi_A(\vec{r}_1, t) & \dots & \varphi_A(\vec{r}_A, t) \end{vmatrix}$$

Si on introduit l'hamiltonien correspondant au champ de Hartree-Fock h , c'est-à-dire un opérateur à 1 corps, les équations de TDHF s'écrivent pour les fonctions individuelles $\varphi_a(t)$

$$i\hbar \dot{\varphi}_a(t) = h \varphi_a(t) \quad \text{l'indice } a \text{ portant sur les états occupés avec } \dot{\varphi}_a = \frac{\partial \varphi_a}{\partial t}$$

En définissant la matrice densité réduite à 1 corps (voir annexe 2)

$$\rho(t) = \sum_{a \text{ occupés}} |\varphi_a(t)\rangle \langle \varphi_a(t)|$$

l'hamiltonien h s'écrit alors symboliquement

$$h(\rho) = t + \text{Tr } \tilde{V} \rho$$

et les équations de TDHF prennent la forme

$$i\hbar \dot{\rho} = [h(\rho), \rho]$$

L'approximation TDHF respecte un certain nombre de lois de conservation ; par exemple seront conservées :

- l'énergie totale car

$$\frac{dE}{dt} \sim \frac{\partial E}{\partial \rho} \times \frac{\partial \rho}{\partial t} = \text{Tr } h \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \text{Tr } [h, \rho] = 0$$

- le nombre de nucléons A car

$$\frac{dA}{dt} = \frac{d}{dt} \text{Tr } \rho = -i\hbar \text{Tr } [h, \rho] = 0$$

- en valeur moyenne seulement l'impulsion, le moment cinétique et la parité. Par contre les équations TDHF

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho = [h(\rho), \rho]$$

ne sont plus linéaires, ce qui fait que l'on perd le principe de superposition (de plus une somme de déterminants de Slater n'est pas en général un déterminant de Slater). La résolution de ces équations s'avère excessivement difficile et longue. Pour conclure ce paragraphe, il faut bien comprendre que les nucléons se meuvent dans un champ moyen comme des particules indépendantes et que l'évolution en temps de chaque nucléon est imposé par les autres, à travers le champ moyen. Ainsi un nucléon pourra-t-il "répondre" aux mouvements des autres et si plusieurs nucléons "répondent" de manière cohérente, on conçoit bien que les phénomènes collectifs surgiront.

II - L'APPROXIMATION STATIONNAIRE DE HARTREE-FOCK

1 - Equations

i) Pour une onde stationnaire toute la dépendance en temps est concentrée dans un facteur de phase exponentiel

$$\varphi_a(t) = e^{-i \frac{\epsilon_a}{\hbar} t} \tilde{\varphi}_a$$

L'équation de TDHF devient l'équation de HF stationnaire

$$\hbar \tilde{\varphi}_a = \epsilon_a \tilde{\varphi}_a$$

L'énergie totale de HF pour le noyau A s'écrit :

$$E_{HF} = \sum_{a \text{ occupés}} \langle a | t | a \rangle + \frac{1}{2} \sum_{a,b \text{ occupés}} \langle ab | V | \tilde{a}\tilde{b} \rangle$$

où le premier terme est l'énergie cinétique et le deuxième fait intervenir le potentiel de HF soit encore

$$E_{HF} = \frac{1}{2} \sum_a (\langle a | t | a \rangle + \epsilon_a)$$

ii) On peut écrire la solution statique du problème général dépendant du temps.

$$\hbar \dot{\rho} = [h(\rho), \rho]$$

avec

$$\dot{\rho} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{soit} \quad [h(\rho), \rho] = 0$$

Les fonctions φ_a de particules individuelles de HF sont états propres de h et de ρ .

L'énergie totale de HF s'écrit en fonction de la matrice densité

$$E_{\text{HF}} = \sum_{ab} \rho_{ij} \langle i | t | j \rangle + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} \rho_{ij} \rho_{kl} \langle ik | v | j \ell \rangle$$

avec

$$\langle i | h | j \rangle = \frac{\partial E_{\text{HF}}}{\partial \rho_{ij}} \quad \text{ou en écriture symbolique}$$

$$E_{\text{HF}} = \text{Tr } t \rho + \frac{1}{2} \text{Tr } \text{Tr } \rho \tilde{V} \rho = \text{Tr } t \rho + \frac{1}{2} \text{Tr } \tilde{V} \rho \quad \text{avec } \tilde{V} = \text{Tr } \rho \tilde{V}$$

Pour résoudre pratiquement les équations HF, deux possibilités s'offrent à nous⁸³⁻⁸⁶ :

- projeter ces équations en représentation \vec{r} et résoudre le système d'équations intégral-différentielles couplées ainsi obtenues. Pour le cas d'interactions effectives de type Skyrme, l'énergie totale E peut s'exprimer comme une intégrale spatiale d'une fonction des densités $\rho(\vec{r})$ et de leurs gradients ainsi que des densités d'énergie cinétique $\tau(\vec{r})$

$$E = \int d\vec{r} \mathcal{H}(\rho, \tau)$$

avec

$$\rho(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \rho | \vec{r} \rangle = \sum_a |\varphi_a(\vec{r})|^2$$

$$\tau(\vec{r}) = \sum_a |\nabla \varphi_a(\vec{r})|^2$$

- projeter ces équations sur une base d'oscillateur harmonique finie adaptée à la symétrie imposée au noyau ; on est alors conduit à un problème standard de diagonalisation. En effet si les états de HF $|a\rangle$ s'expriment sur la base orthonormée $|j\rangle$ de dimension M par :

$$|a\rangle = \sum_{j=1}^M c_j^a |j\rangle$$

il reste à diagonaliser h tel que :

$$\sum_{j'} \langle j | h | j' \rangle c_{j'}^a = \epsilon_a c_j^a$$

avec l'élément de matrice de h

$$\langle j | h | j' \rangle = \langle j | t | j' \rangle + \sum_{a=1}^A \sum_{j_1 j_2}^M c_{j_1}^a c_{j_2}^a \langle j j_1 | v | j' j_2 \rangle$$

Les équations ainsi obtenues ne sont pas linéaires par rapport aux coefficients c_j .

Dans le cas des noyaux sphériques, la première méthode est bien adaptée car on est conduit à

à résoudre un système d'équations intégral-différentielles couplées (ou éventuellement différentielles à une seule variable r).

Dans le cas des noyaux déformés par contre, le problème posé est à 2 ou 3 variables suivant que la solution est à symétrie axiale ou non ; c'est pourquoi la méthode de résolution la plus souvent utilisée consiste à projeter sur une base adaptée au problème, par exemple une base d'oscillateur harmonique déformé.

Pour des interactions de portée finie, le problème technique principal réside dans le calcul des éléments de matrice à deux corps.

2 - Traitement des corrélations d'appariement

La méthode self-consistante pour inclure les corrélations d'appariement notée HFB (Hartree-Fock Bogoliubov) consiste à faire l'hypothèse que la fonction d'onde de l'état fondamental $|\Phi\rangle$ est représentée par le vide de quasi-particules β définies à partir des états de particules par la transformation unitaire de Bogoliubov

$$\beta_k^+ = \sum_i u_{ik} a_i^+ + v_{ik} a_i$$

$$\beta_k |\Phi\rangle = 0$$

La minimisation de l'énergie $\langle\Phi|H|\Phi\rangle$ s'effectue en utilisant les éléments de la matrice densité précédemment définie $\langle i|\rho|j\rangle = \langle\Phi|a_j^+ a_i|\Phi\rangle$ et du tenseur d'appariement $\langle i|\chi|j\rangle = \langle\Phi|a_i a_j|\Phi\rangle$ comme paramètres variationnels.

L'énergie de HFB s'écrit :

$$E(\rho, \chi) = \text{Tr } \rho \epsilon + \frac{1}{2} [\text{Tr } \rho \bar{V} \rho - \text{Tr } \Delta \chi] \text{ avec } \Delta = \frac{1}{2} \text{Tr } \chi \tilde{V}$$

D. Gogny fut le premier à avoir réalisé de tels calculs HFB entièrement self-consistents, pour des noyaux légers ou lourds, sphériques ou déformés de la vallée de stabilité^{86,87}.

Une méthode approchée consiste à inclure ces effets d'appariement en effectuant un calcul de BCS à la suite d'un calcul HF (noté (HF + BCS)). La transformation de Bogoliubov-Valatin, moins générale que celle de Bogoliubov est effectuée

$$\alpha_k^+ = u_k a_k^+ - v_k a_{\bar{k}} \quad u_k^2 + v_k^2 = 1$$

$$\alpha_k = u_k a_{\bar{k}}^+ + v_k a_k \quad \text{avec} \quad u_{\bar{k}} = u_k$$

$$v_{\bar{k}} = -v_k$$

faisant intervenir les paramètres v_k^2 appelés probabilités d'occupation. Le vide des quasi-particules ainsi définies correspond à l'état de BCS introduit par Bardeen-Cooper-Schrieffer pour les besoins de la supraconductivité.

$$\alpha_k |BCS\rangle = 0$$

$$|BCS\rangle = \prod_{k>0} (u_k + v_k a_k^+ a_{\bar{k}}^+) | \rangle$$

Une approximation ultérieure des calculs HF + BCS, où les probabilités d'occupation v_k^2 ne sont plus obtenues de manière self-consistante, consiste à garder les éléments de matrice d'appariement, définis à partir de l'interaction V de l'hamiltonien microscopique, constants et égaux à

$$\langle i\bar{i} | V | j\bar{j} \rangle = -G \quad \forall i, j$$

$$E_{HF+BCS} = \text{Tr } t\rho + \frac{1}{2} \text{Tr } \rho \tilde{V} \rho - \frac{G}{4} \sum_{\lambda} \left\{ v_{\lambda} (1 - v_{\lambda}^2)^{1/2} \right\}^2$$

Ceci fut réalisé pour le cas de la force de Skyrme par D. Vautherin^{83,88} pour traiter des noyaux déformés.

Le problème du traitement des corrélations d'appariement peut s'avérer très important pour les noyaux "versatiles", comme nous le verrons au niveau des résultats.

3 - Les noyaux déformés ; énergie d'un noyau hors équilibre

Les noyaux ont longtemps été considérés comme sphériques. Racah⁸⁹ émit en 1931 l'hypothèse d'une possible déformation pour les noyaux. Dès 1934-35 les mesures de structure hyperfine atomique dans les noyaux impairs, sensibles au moment quadrupolaire nucléaire ne purent être expliquées que par l'existence de moments quadrupolaires bien supérieurs à celui de particule individuelle.

Ceci fut vérifié tant par des mesures de probabilités de transition $B(E2)$ de 10 à 100 fois supérieures à l'estimation de Weisskopf que par l'existence des isomères de fission ou encore par l'obtention expérimentale des successions de niveaux individuels par réactions de pick-up ou de stripping.

Le modèle de la goutte liquide implique à l'équilibre des formes sphériques. Hill et Wheeler⁹⁰ ont clairement montré que des corrections quantiques dues aux effets de couches viennent se rajouter à l'approximation classique de la goutte liquide et conduisent à des noyaux déformés dans leur position d'équilibre, pour l'état fondamental. Bohr et Mottelson⁹¹, ainsi

que Nilsson⁹² fournirent un cadre conceptuel simple pour expliquer les résultats expérimentaux concernant la structure de basse énergie des noyaux. Ainsi donc, en dehors des noyaux magiques tels ^{40}Ca , ^{208}Pb et de leurs proches voisins semi-magiques, les noyaux, dans leur état fondamental, ne sont pas sphériques; la déformation axiale moyenne β_2 passe de 0.10 pour les noyaux de transition peu déformés situés près des couches fermées, à 0.30 pour les noyaux bien déformés lourds et à 0.6 pour les isomères de fission.

Pour obtenir des informations sur tout l'espace de déformation, en dehors de la position d'équilibre, et ainsi connaître toute la courbe $E(Q)$, c'est-à-dire la dépendance de l'énergie en fonction de la déformation, il faut réaliser des calculs Hartree-Fock contraints (CHF)^{93, 94}. La solution HF est contrainte d'accepter une déformation; le déterminant de Slater se voit astreint à posséder un moment quadrupolaire de masse $\langle Q \rangle$.

$$\langle Q \rangle = \langle 2r^2 P_2(\cos \theta) \rangle = \text{cte} \times \langle r^2 Y_{20} \rangle$$

et ce n'est plus l'énergie $\langle H \rangle$ qu'il faut minimiser mais l'expression

$$\langle H' \rangle = \langle H \rangle - \mu \langle Q \rangle \quad \text{où } \mu \text{ est un paramètre de Lagrange}$$

Pour le cas de noyaux "triaxiaux", c'est-à-dire ne possédant pas la symétrie axiale, deux contraintes peuvent être prises en compte, une axiale et l'autre triaxiale, par exemple $\langle Q_{20} \rangle = \langle Q \rangle$ et $\langle Q_{22} \rangle = \langle r^2 (Y_{22} + Y_{2-2}) \rangle$ et on minimise l'expression⁹⁵

$$\langle H - \lambda Q_{20} - \lambda' Q_{22} \rangle \quad \text{où } \lambda \text{ et } \lambda' \text{ sont des paramètres de Lagrange}$$

4 - Quelques données expérimentales atteintes par les calculs HF

Les quantités physiques observables que l'on peut extraire des calculs HF, sont les suivantes :

a) l'énergie totale du noyau dans son état d'équilibre, et par là son énergie de liaison totale absolue. On rappelle que l'énergie de liaison totale B est définie par rapport aux masses usuelles par la relation $M(A, Z) = ZM(H) + (A-Z)M(n) - B$. Il s'agit bien d'une énergie "potentielle" que l'on note aussi bien par les lettres E , B ou V . On compare aussi des différences d'énergie de liaison comme les énergies de séparation de deux neutrons qui s'écrivent

$$B_{2N} \text{ ou } S_{2N} = B(Z, N) - B(Z, N-2).$$

La force de Skyrme SIII, avec seulement sept paramètres (dont l'intensité d'appariement), utilisée dans des calculs HF + BCS permet de reproduire les énergies de liaison

absolues, tout au long de la charte à moins de 5 MeV⁷³. C'est ce qu'illustre la figure 25 présentant l'écart ΔB entre énergies de liaison théorique et expérimentale. Quand le désaccord excède 5 MeV, c'est qu'il faut tenir compte de l'éventuelle déformation des noyaux et réaliser des calculs $G(\text{HF} + \text{BCS})$: les résultats alors obtenus, à savoir les points noirs sur la figure sont en très bon accord avec l'expérience. Le même type d'accord est obtenu pour les noyaux sphériques avec la force D 1 de Gogny dans des calculs HFB⁸⁷.

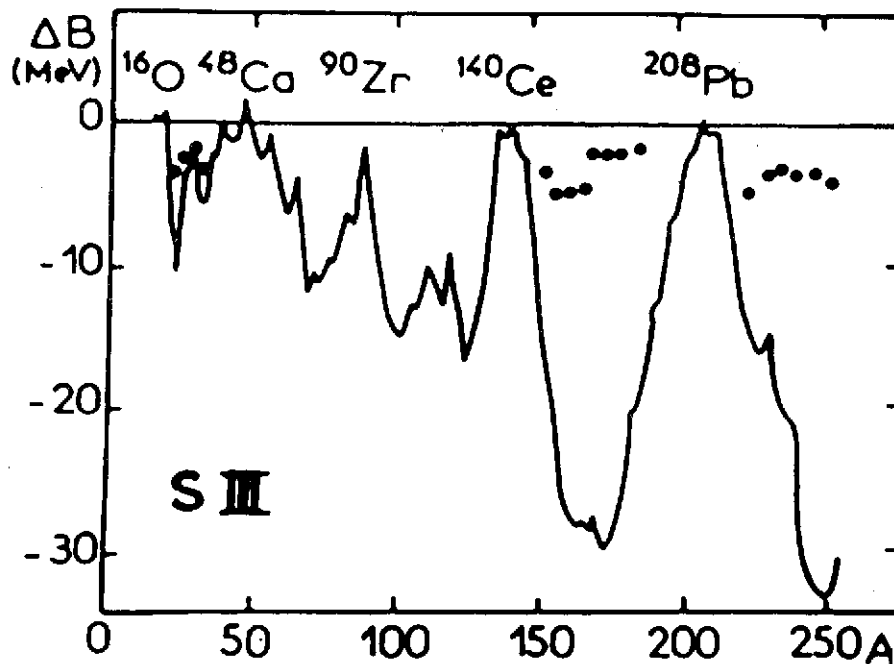


Figure 25 : Différence ΔB entre énergies de liaison totales calculées et expérimentales. L'interaction de Skyrme III a été utilisée dans des calculs HF + BCS sphériques ; les points noirs correspondent aux solutions d'équilibre déformées⁷³.

Il faut bien noter qu'il s'agit de calculs HFB et HF + BCS complets, c'est-à-dire sans coeur inerte, et utilisant des forces effectives non triviales.

Plus précisément, le tableau 1 donne les énergies de liaison de quelques noyaux déformés proches de la région des actinides⁹⁶. Les énergies en MeV obtenues par des calculs $C(\text{HF} + \text{BCS})$ utilisant la force SIII, pour la position d'équilibre, ont été corrigées des effets de projection et de troncature. En effet, pour un noyau déformé le déterminant de Slater n'est pas un état de bon moment angulaire. On parle alors d'un état "intrinsèque", c'est-à-dire d'un mélange d'états de la bande fondamentale. Ce mélange est responsable d'une perte d'énergie de liaison. Pour le cas idéal d'une bande purement rotationnelle, cette différence d'inertie s'écrit pour les noyaux pair-pairs :

$$\Delta E = E_{\text{HF}} - E_{0+} = \frac{\hbar^2}{2J} \langle \psi | J^2 | \psi \rangle$$

où J est le moment d'inertie, $\langle \psi | J^2 | \psi \rangle$ la valeur moyenne du carré du moment angulaire

total dans l'état intrinsèque $|\psi\rangle$ et E_{0+} l'énergie totale du noyau dans son état fondamental $0+$.

D'autre part, la résolution même des équations de HF, entraîne de faibles erreurs sur l'énergie totale de liaison, qu'il convient d'estimer :

- si on a projeté les états à un corps de HF sur une base finie (ici il s'agit d'une base de 13 couches majeures d'oscillateurs $N=13$, soit plus de 300 états...) une légère erreur de troncature surgit qu'il convient d'évaluer,

- si on a résolu directement les équations de HF dans l'espace de configuration, il faut calculer l'incertitude qui provient du traitement de l'opérateur énergie cinétique à l'approximation des différences finies.

Noyaux	Valeurs calculées (13 couches)	Après correction de la troncature	Après projection $0+$	Expérience
^{224}Ra	1708.1	1715.0	1716.6	1720.4
^{230}Th	1743.2	1750.7	1752.6	1755.2
^{236}U	1778.7	1786.8	1788.7	1790.5
^{244}Cm	1823.9	1832.8	1834.7	1835.9
^{248}Cm	1847.7	1857.0	1859.0	1859.3

Tableau 1 : Energies de liaison (en MeV) de quelques noyaux déformés de la région des actinides. Les valeurs calculées sont corrigées des effets de troncature et de projection $0+$ pour être comparées à l'expérience⁹⁶.

b) L'énergie en fonction de la déformation notée $E(q)$ ou $V(q)$; q est la variable caractérisant la déformation. Pour le cas de noyaux de symétrie axiale, il s'agit du paramètre β_2 ou de manière équivalente du moment quadrupolaire Q . Les courbes d'énergie potentielle $V(Q)$ obtenues permettent de reproduire pour les actinides les deux puits (de formes allongées $\beta_2 \sim 0.3$ et $\beta_2 \sim 0.6$) et d'aller jusqu'à la barrière de fission. C'est ce que présente la figure 26 obtenue par des calculs $C(\text{HF} + \text{BCS})$ avec une force de type Skyrme SKM^{97} .

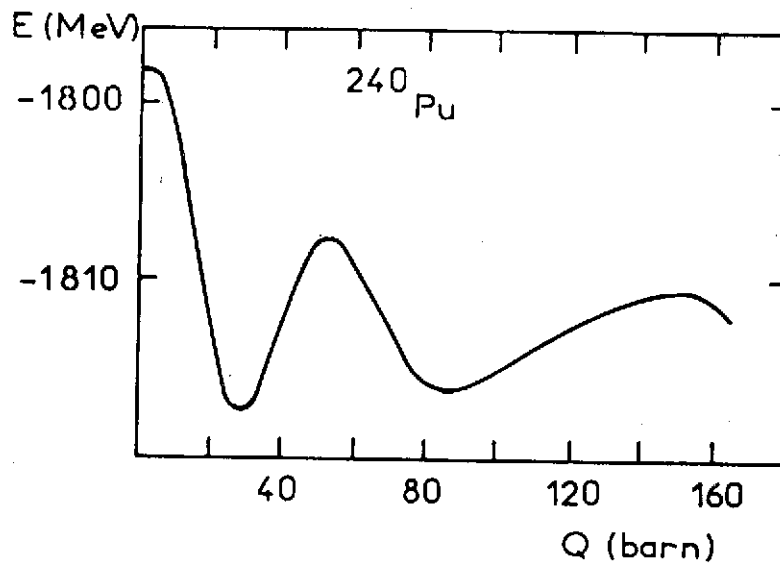


Figure 26 : Barrière de fission du ^{240}Pu calculée à l'aide de la force de type (SKM) dans des calculs self-consistants C(HF + BCS)⁹⁷.

Toujours pour le cas de la symétrie axiale les courbes d'énergie potentielle $E(Q)$ obtenues dans des calculs C(HF + BCS) avec la force de Gogny⁹⁸ montrent la transition de forme existant dans les Sm ; le ^{148}Sm est presque sphérique alors que le ^{154}Sm est bien déformé de forme allongée (le puits le plus profond correspond à $Q > 0$, donc à une forme à l'équilibre allongée) (voir figure 27).

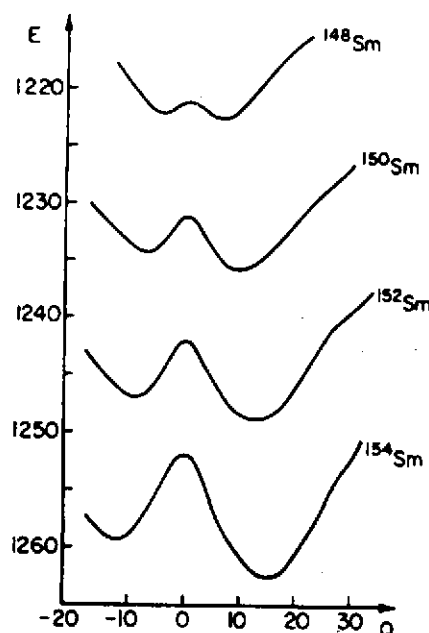


Figure 27 : Courbes d'énergies de déformation pour les isotopes de samarium de la région de transition $N = 88-90$ obtenues dans des calculs C(HF+BCS) avec la force D1 de Gogny. Les énergies de liaison E sont en MeV et les moments quadrupolaires de masse en barn⁹⁸.

Grâce aux calculs C(HFB) et C(HF + BCS) on connaît l'aptitude à se déformer d'un noyau, c'est-à-dire ses propriétés à l'équilibre et hors équilibre.

* Depuis peu, des calculs à double contrainte β et γ pour des noyaux "triaxiaux" peuvent être aussi réalisés. Au lieu de tracer les courbes d'énergie potentielle $V(\beta)$ pour chaque valeur du paramètre d'assymétrie γ , on dresse des surfaces d'énergie potentielle $V(\beta, \gamma)$ dans le sextant (β, γ) . Des calculs C(HFB) avec la force de Gogny^{95, 99} montrent que la minimisation d'énergie, correspond pour les noyaux¹⁵⁰⁻¹⁵²Sm à une forme allongée axiale ($\beta_2 > 0$ et $\gamma = 0$) (voir figure 28).

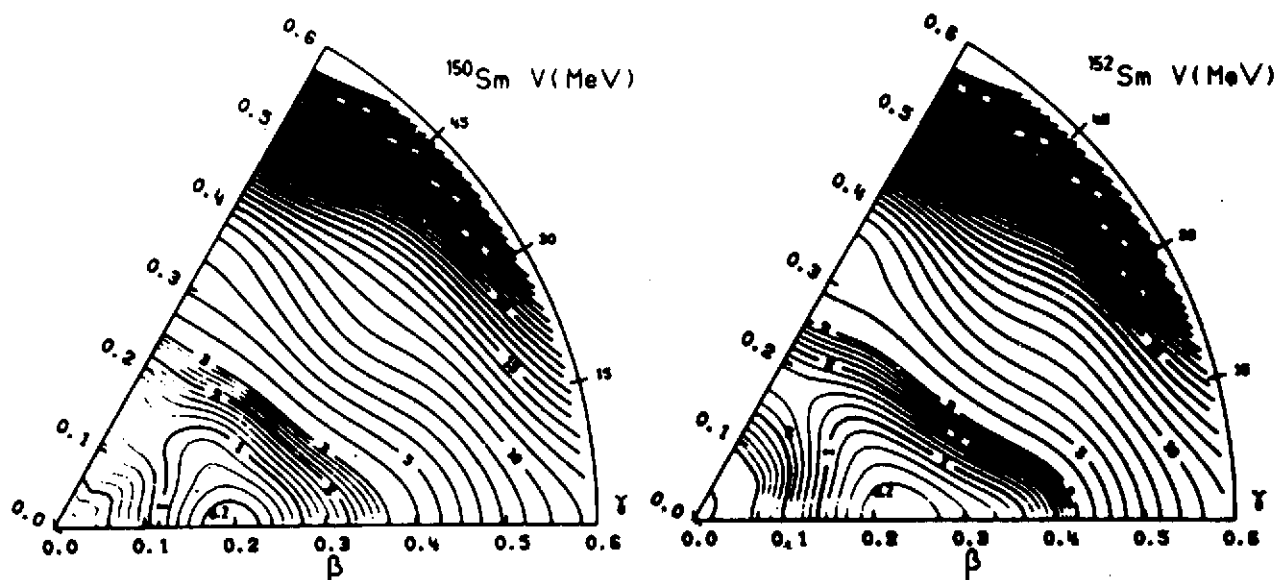


Figure 28 : Surfaces (ou cartes) d'énergie potentielle $V(\beta, \gamma)$ pour ¹⁵⁰⁻¹⁵²Sm obtenues dans des calculs C(HFB) "triaxiaux" avec la force D1. Le minimum d'énergie se situe pour $\gamma = 0$ et $\beta \sim 0.2$ ⁹⁵.

c) La densité nucléaire $\rho(\vec{r})$ encore appelée distribution de densité qui s'écrit :

$$\rho(\vec{r}) = \sum_a \varphi_a^*(\vec{r}) \varphi_a(\vec{r})$$

Pour le cas des noyaux sphériques, elle est fonction de la seule coordonnée radiale :

$$\rho(r) = \frac{1}{4\pi} \sum_a (2j_a + 1) \varphi_a^2(r)$$

Les expériences de diffusion d'électrons permettent d'atteindre les distributions de charge. Les calculs HF^{87, 95} permettent de reproduire assez bien les valeurs expérimentales (voir par exemple figure 29).

* Pour la bonne compréhension de ce paragraphe le lecteur peut se reporter au chapitre III où la paramétrisation β, γ est largement discutée.

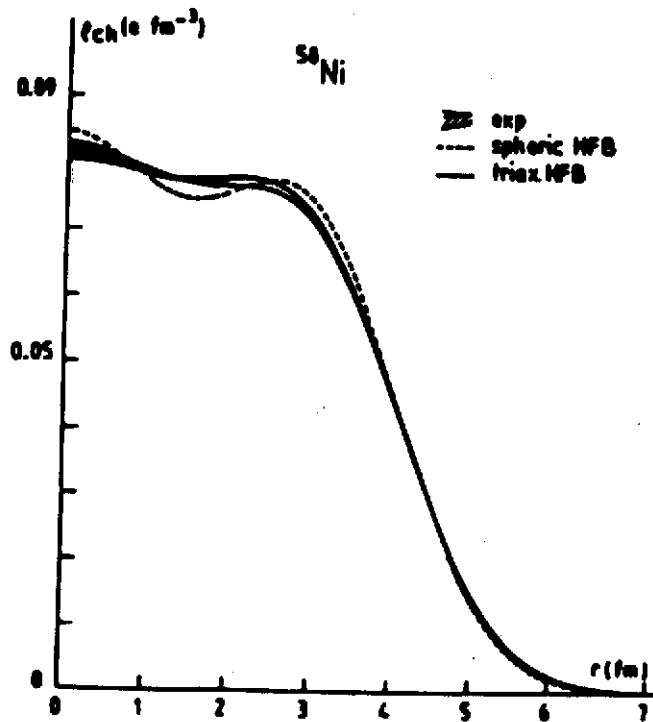


Figure 29 : Densités de charge expérimentale et théorique (HFB sphérique et C(HFB) "triaxial" avec la force D1).

d) Pour la solution à l'équilibre, les moments multipolaires d'ordre L définis par

$$Q_L \propto \sum_a \langle a | r^L Y_L^0 | a \rangle \text{ à une constante près}$$

Q (barn)

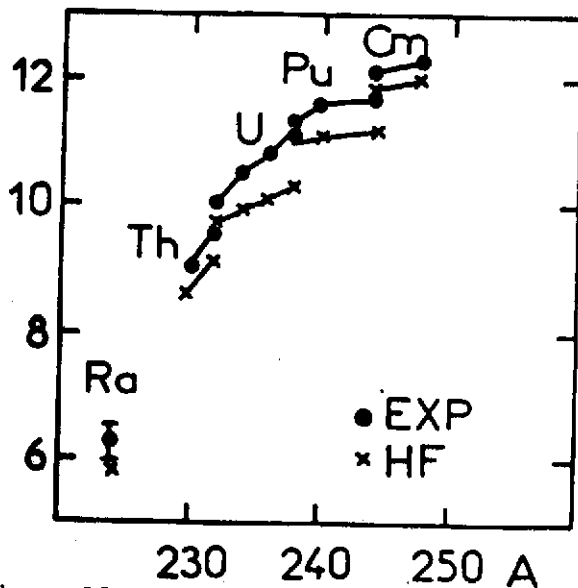


Figure 30 : Comparaison entre moments quadrupolaires de charge expérimentaux et théoriques pour quelques noyaux lourds.

en sommant uniquement sur les états de proton pour les moments de charge et sur tous les états pour les moments de masse. Les paramètres de déformation β_2 et β_4 sont déduits des moments multipolaires correspondants Q_2 et Q_4 . La forme du noyau à l'équilibre est ainsi atteinte. Les figures 30 et 31 montrent que les propriétés de déformation de la force SIII sont correctes^{83,100}; les moments quadrupolaires et hexadécapolaires de noyaux lourds sont très bien reproduits par les calculs C(HF + BCS) axiaux utilisant cette force.

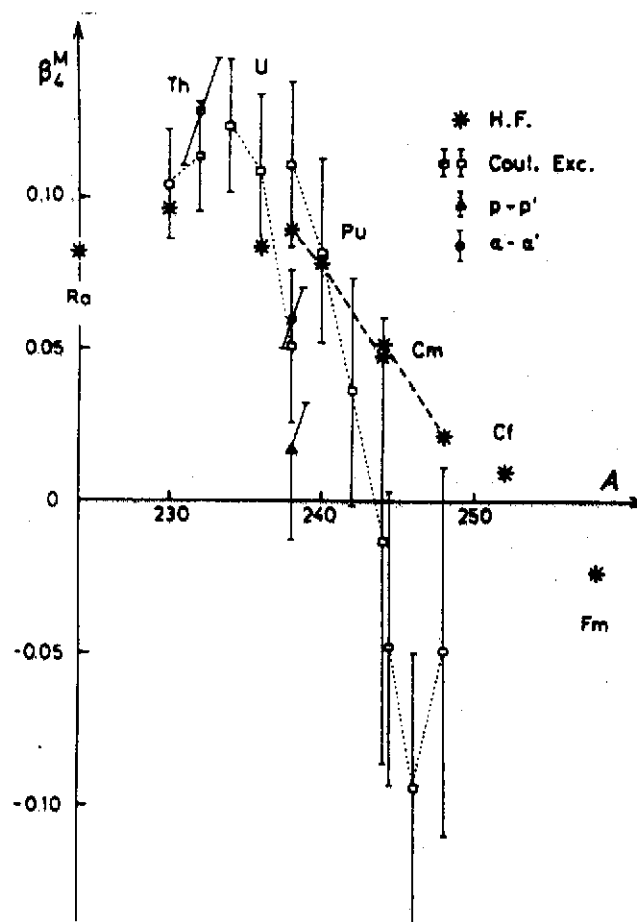


Figure 31 : Paramètres de déformation hexadécapolaires β_4 de la distribution de masse pour quelques actinides : confrontation entre expérience et théorie C(HF + BCS).

e) Les rayons carrés moyens notés $\sqrt{\overline{r^2}}$ ou $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ avec

$$\overline{r^2} = \frac{1}{A} \sum_a \langle a | r^2 | a \rangle$$

sont reproduits à environ 1-2 % dans des calculs C(HF + BCS) utilisant la force SIII (voir tableau 2)⁷³.

Noyau	^{16}O	^{20}Ne	^{24}Mg	^{28}Si	^{32}S	^{40}Ca	^{48}Ca
Théorie	2.69	2.97	3.10	3.17	3.28	3.48	3.53
Expérience	2.73	2.91	3.03	3.14	3.24	3.49	3.48
Noyau	^{56}Ni	^{90}Zr	^{152}Sm	^{162}Dy	^{184}W	^{208}Pb	
Théorie	3.79	4.32	5.16	5.29	5.46	5.57	
Expérience	3.75	4.27	5.09	5.21	5.37	5.50	

Tableau 2 : Comparaison des rayons moyens carrés de charge expérimentaux et théoriques (en fm).

f) Les états de particules individuelles (ou de quasi-particules) en fonction de la déformation, à savoir les énergies ϵ_a et les fonctions d'onde $\varphi_a(\vec{r})$, en particulier à l'équilibre.

Pour la force SIII ils sont en excellent accord quantitatif avec ceux tirés de calculs phénoménologiques (de type Nilsson ou oscillateur harmonique modifié) et ceci même pour des déformations extrêmes rencontrées dans les isomères de fission. La figure 32 présente un exemple typique d'états de protons (entre 82 et 114) obtenus dans le ^{232}Th pour des calculs $C(\text{HF} + \text{BCS})^{96}$.

Les propriétés spectroscopiques des noyaux impairs constituent un test plus fin encore de la qualité des états de particules obtenus (voir chapitre IV).

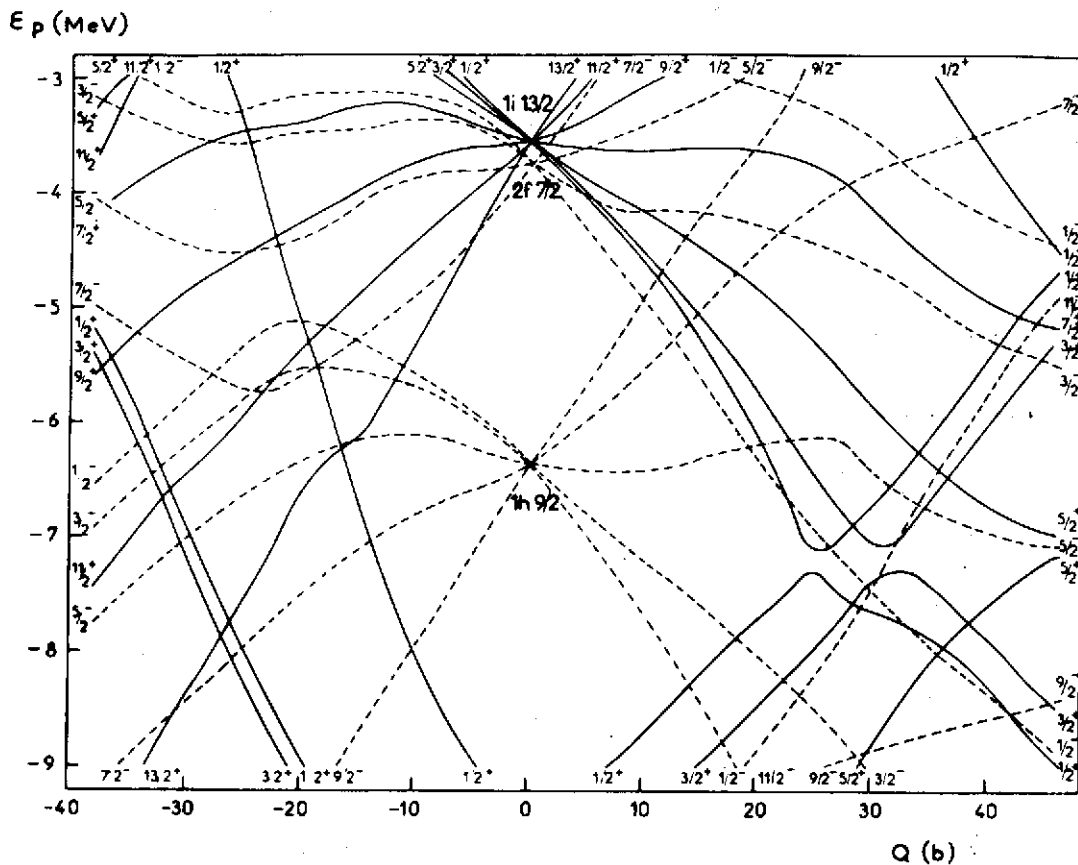


Figure 32 : Energies de particules individuelles (protons) en fonction du moment quadrupolaire de masse Q entre 82 et 114 pour le noyau ^{232}Th . Chaque état est étiqueté par Ω^π (projection du moment angulaire total et parité).

III - ILLUSTRATION EXPERIMENTALE DE CES CONCEPTS

Au vu de l'extrême qualité des résultats obtenus pour les noyaux de la charte située sur la ligne de stabilité on comprend l'intérêt d'effectuer à l'aide de ces calculs des prédictions pour les noyaux situés loin de la vallée de stabilité. Dans ce paragraphe nous allons voir comment sont reproduites par les calculs self-consistants les propriétés globales des noyaux "exotiques" déjà connus.

Avant d'entrer dans la discussion détaillée de quelques noyaux regardons tout d'abord les résultats panoramiques que peuvent nous fournir ce type de calculs : sur la figure 33 sont présentées les "neutron" et "proton" "drip-lines" prédites par des calculs HF sphériques, pour les noyaux légers et moyens¹⁰¹; ces calculs sont basés sur le formalisme de la densité d'énergie, sensiblement équivalents à ceux réalisés avec une force dépendant de la densité du type Skyrme¹⁰². Ces résultats peuvent servir de guide à l'expérimentateur mais tout en sachant que les effets de la déformation peuvent être importants et venir modifier de manière notable ces prédictions.

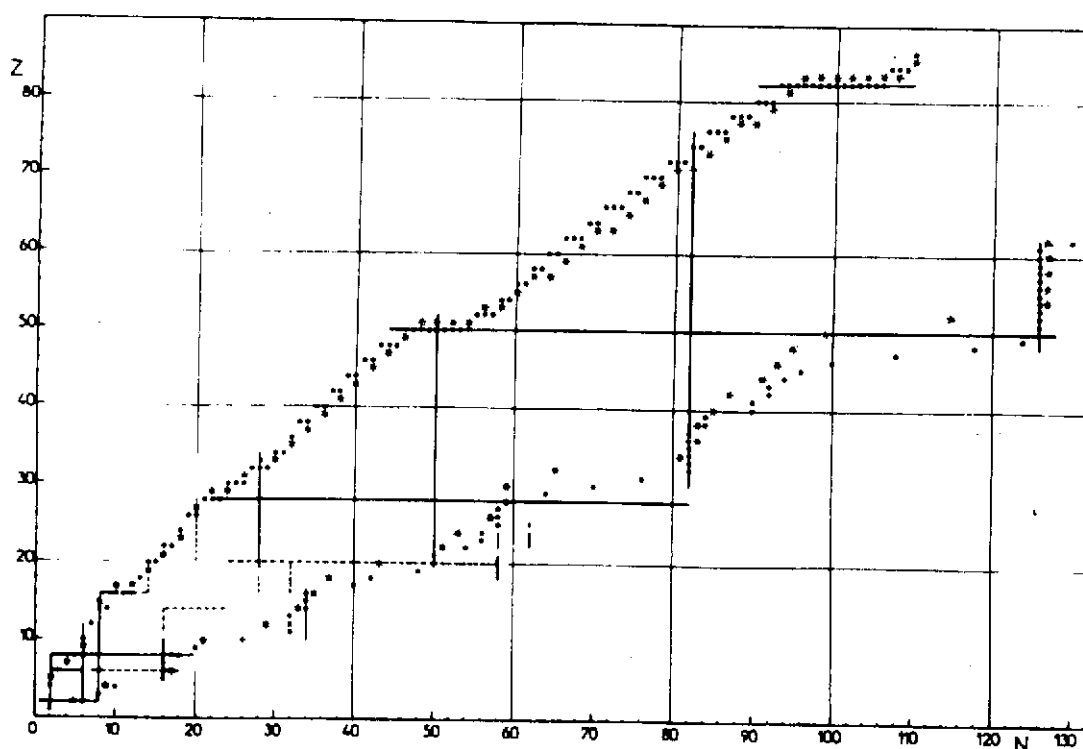


Figure 33 : Lignes $B_n = 0$ et $B_p = 0$ théoriques pour des noyaux sphériques légers et moyens. Les points noirs indiquent les derniers noyaux stables pair-pairs, les étoiles le premier noyau impair instable émetteur proton ou neutron ; les lignes pointillées et en trait plein repèrent la position des nombres semi-magiques et magiques.

A titre d'illustration des concepts évoqués précédemment, nous choisirons trois zones ou séries isotopiques de noyaux "exotiques" :

- les isotopes de Sodium
- les isotopes de Cadmium
- la région de transition des noyaux Platine et Mercure

1 - Les isotopes de Sodium

Pour les isotopes de Sodium*, riches en neutrons, des calculs C(HF+BCS) avec symétrie axiale ont été effectués avec les forces de Skyrme III et IV¹⁰³. Pour $A = 31$, soit pour $N = 20$, le deuxième minimum de la courbe d'énergie de déformation côté allongé devient, compte tenu des corrections de rotation, plus lié que le premier¹⁰⁴ : pour $N = 20$, apparaît donc une déformation plus forte. On peut la comprendre en termes d'effets de couches, comme due au croisement des sous-couches $1f_{7/2}$ et $1d_{3/2}$ (voir figures 34 et 35).

La confirmation expérimentale de cet effet est particulièrement frappante si on se concentre sur les énergies de séparation de deux neutrons B_{2n} comme nous l'avons vu au chapitre I.

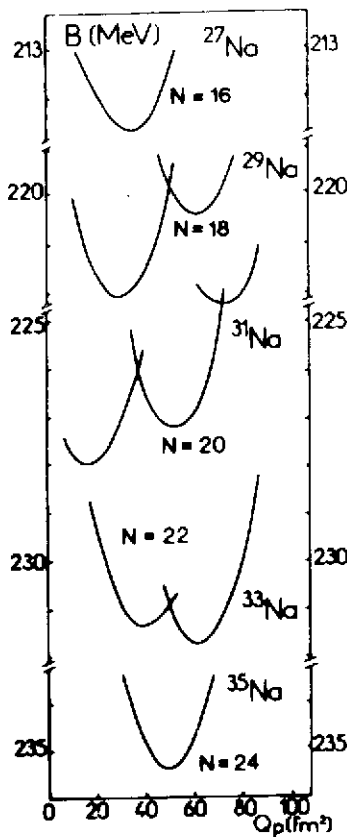


Figure 34 : Courbes d'énergie de déformation pour les isotopes impairs de sodium¹⁰³.

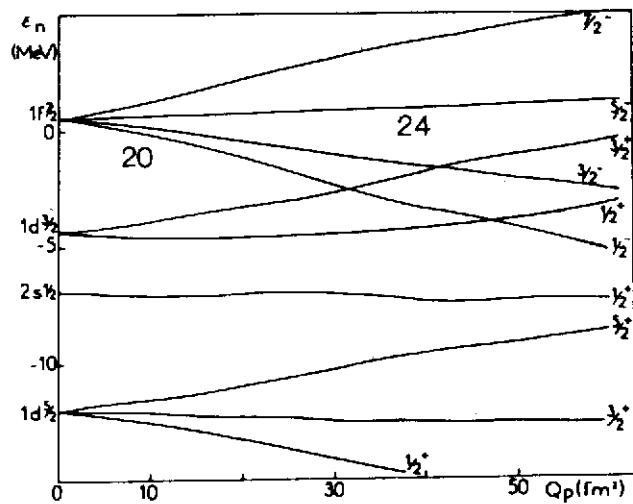


Figure 35 : Etats de particules individuelles (neutrons) en fonction de la déformation, uniquement pour les formes allongées. Les états déformés sont étiquetés par Ω^π ¹⁰³.

* Le lecteur notera que les calculs à l'approximation HF sont grandement simplifiés si les fonctions d'onde sont paires par rapport au renversement du sens du temps, ce qui est réalisé pour les noyaux pair-pairs par remplissage simultané des paires d'orbitales obtenues par renversement du sens du temps. Ici pour ces noyaux impairs, il s'agit d'un traitement approché où les probabilités d'occupation de la dernière paire d'orbitales sont fixées à 1/2.

Les valeurs expérimentales de B_{2N} pour la série isotopique des sodium sont confrontées sur la figure 36 aux prédictions théoriques. L'accord obtenu est excellent si l'on tient compte de la correction due à la rotation. L'importance des effets de déformation est clairement démontré.

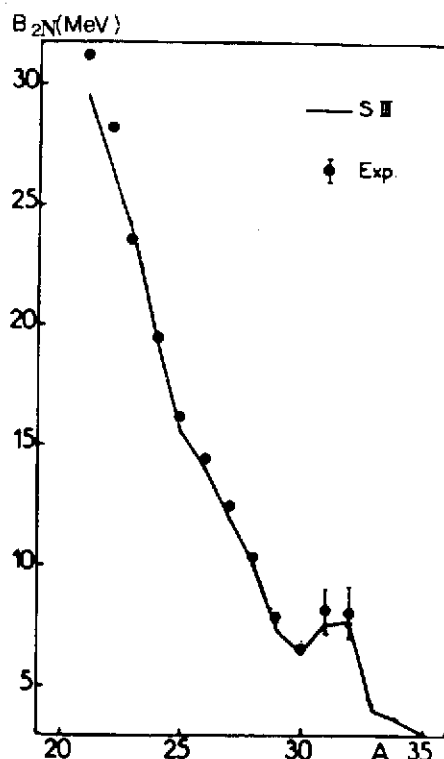


Figure 36 : Comparaison entre valeurs mesurées et calculées de l'énergie de séparation B_{2N} pour la série isotopique de Sodium¹⁰³.

Par rapport aux formules de masse empiriques (type Comay-Kelson, Liran-Zeldes, etc...) que Marcelle Epherre vous présente dans son cours, les calculs HF ne sont pas plus précis en valeur absolue (quelques MeV d'écart au lieu de quelques centaines de KeV sur l'énergie de liaison totale) ; mais pour les différences d'énergie c'est-à-dire les variations avec A et surtout pour les valeurs relatives telles que B_{2N} ils sont tout à fait prédictifs.

2 - Les isotopes de Cadmium

Les courbes d'énergie de déformation des noyaux pair-pair de Cadmium obtenues par des calculs CHF + BCS de symétrie axiale utilisant la force SIII sont présentées sur la figure 37¹⁰⁵.

En se rapprochant du nombre magique en neutron $N = 50$, le paramètre de déformation $|B_2|$ décroît pour prendre une valeur nulle dans le cas du ^{98}Cd , noyau rigidement sphérique : comme on pouvait s'y attendre ce noyau semi-magique ^{98}Cd est sphérique et

difficilement déformable. Pour autant qu'on puisse négliger d'éventuels effets dynamiques, les autres noyaux sont très mous et en général la forme allongée (faible déformation) est énergétiquement favorisée. En outre aucune transition de forme ne semble se produire entre les masses 110 et 98.

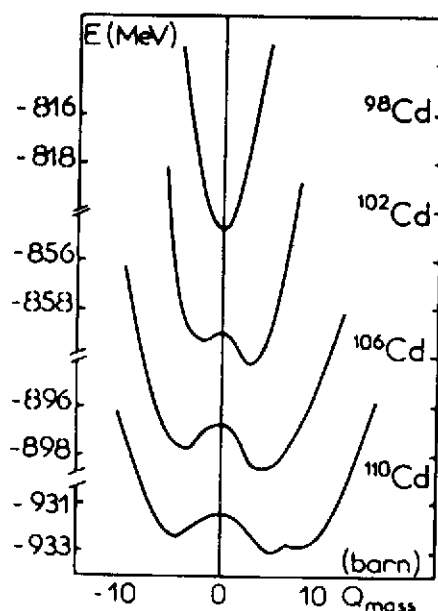


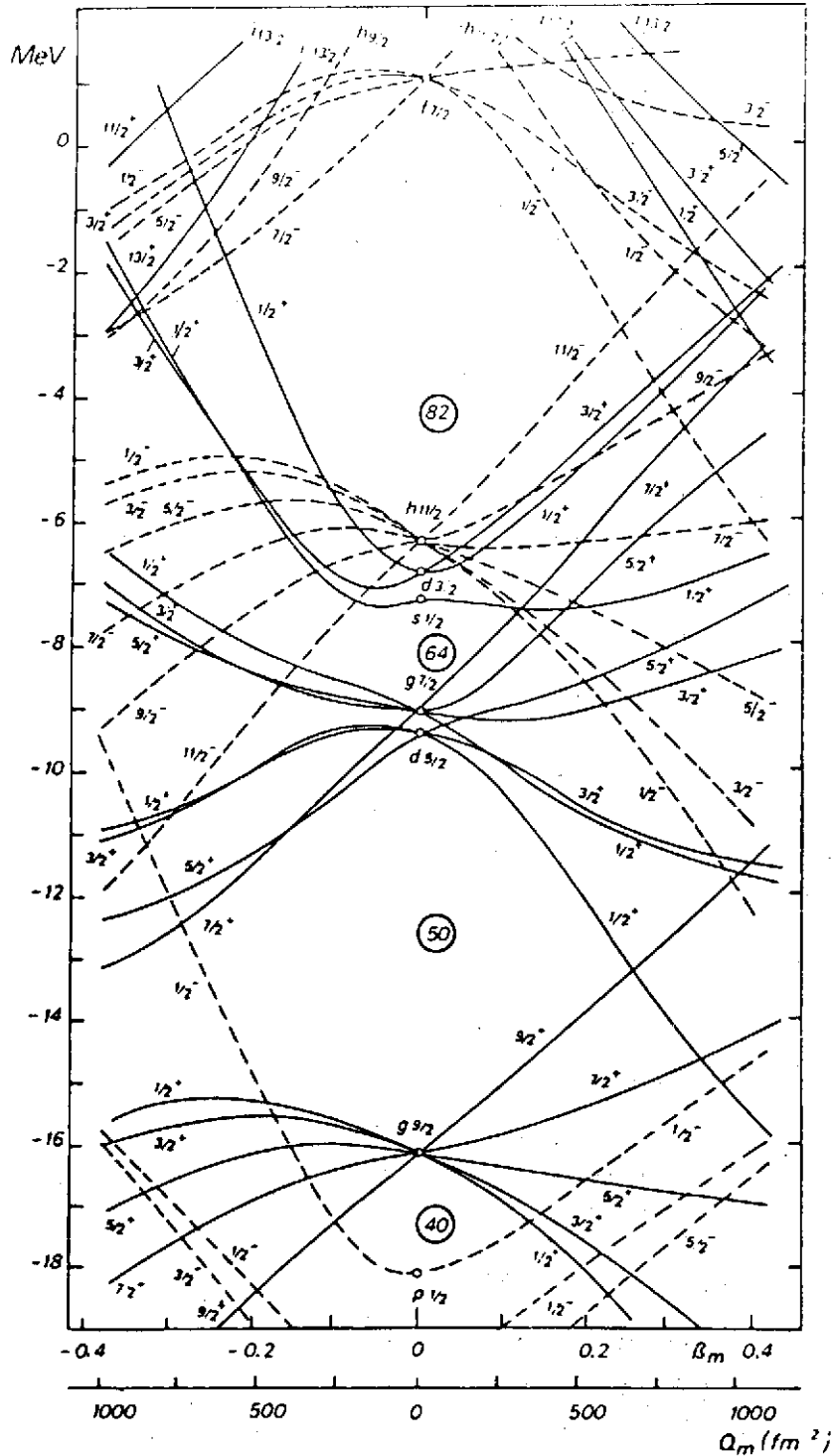
Figure 37 : Courbes d'énergie potentielle en fonction de la déformation axiale pour quelques isotopes de Cd.

Les énergies de liaison après correction des erreurs de troncature calculées apparaissent être trop faibles d'environ 2 à 3 MeV, ce qui est raisonnable si l'on tient compte du fait que nous avons calculé l'énergie d'un état intrinsèque et non pas celle du vrai fondamental 0^+ , incluant de ce fait une énergie spurieuse de rotation (voir tableau 3).

	$E_{N=11}$	E corrigée	E exp.
^{98}Cd	820.70	824.24	
^{102}Cd	860.15	863.78	865.22
^{106}Cd	898.75	902.47	905.17
^{110}Cd	933.00	936.81	940.67

Tableau 3 : Energies de liaisons expérimentales et théoriques (corrigées de l'erreur de troncature) des isotopes pairs de cadmium. L'énergie expérimentale de ^{102}Cd est en fait le résultat d'une systématique.

Les niveaux d'énergie de particules indépendantes varient en fonction de la déformation de façon tout à fait comparable à ce qui est obtenu dans le modèle de Nilsson¹⁰⁶, mis à part un groupement plus net des niveaux $2d_{5/2}$ et $1g_{7/2}$ (voir figure 38). Le test crucial de l'ordre de ces niveaux résidera bien sûr dans l'étude des propriétés spectroscopiques des noyaux A impairs que nous ferons ensuite.



3 - Les isotopes de Mercure et Platine

Le tableau 4 présente la comparaison entre les énergies de liaison calculées pour les solutions d'équilibre les plus basses et expérimentales des isotopes de Platine et Mercure. Après avoir effectué les corrections de troncature et de projection simplifiée usuelles, les énergies de liaison sont reproduites à moins de 5 pour 1000 près, ce qui est tout à fait remarquable^{107,108}.

Noyau	B calculé	B après correction	B expérimental	V _{PO}	H _S
²⁰⁰ Hg	1569.7	1578.0	1581.3		0.7
¹⁹² Hg	1506.3	1513.3	(1519.0)	- 0.9	1.1
¹⁹⁰ Hg	1489.6	1496.1	1501.9	- 1.1	1.4
¹⁸⁸ Hg	1472.4	1478.5	(1484.4)	0.0	1.6
¹⁸⁶ Hg	1455.1	1461.0	1466.7	0.3	2.1
¹⁸⁴ Hg	1437.0	1442.8	(1448.2)	0.5	2.3
¹⁸⁰ Hg	1398.8	1404.2	(1409.6)	0.5	1.7
¹⁹⁶ Pt	1540.6	1548.5	1553.7	- 0.4	1.3
¹⁹² Pt	1511.1	1518.3	1525.0	0.4	1.8
¹⁹⁰ Pt	1495.6	1502.5	1509.9	- 0.1	2.1
¹⁸⁸ Pt	1481.1	1487.8	1494.2	0.5	3.8
¹⁸⁶ Pt	1466.1	1472.5	(1477.8)	1.6	5.4
¹⁸⁴ Pt	1449.8	1456.0	(1461.1)	1.9	6.0
¹⁸² Pt	1432.6	1438.8	(1443.6)	2.1	6.2

Tableau 4 : Energies de liaison totales B en MeV expérimentales et théoriques (pour l'état d'équilibre le plus bas en énergie) pour quelques isotopes de Hg et Pt. Les différences d'énergie V_{PO} et les hauteurs des barrières sphériques sont aussi indiquées. Les parenthèses indiquent que les valeurs "expérimentales" de B sont extraites de systématiques.

Les courbes d'énergie de déformation pour les isotopes de Hg sont présentées sur la figure 39. Elles possèdent en général deux solutions d'équilibre correspondant l'une à une forme aplatie, l'autre à une forme allongée. Le même phénomène se reproduit pour les isotopes de Pt.

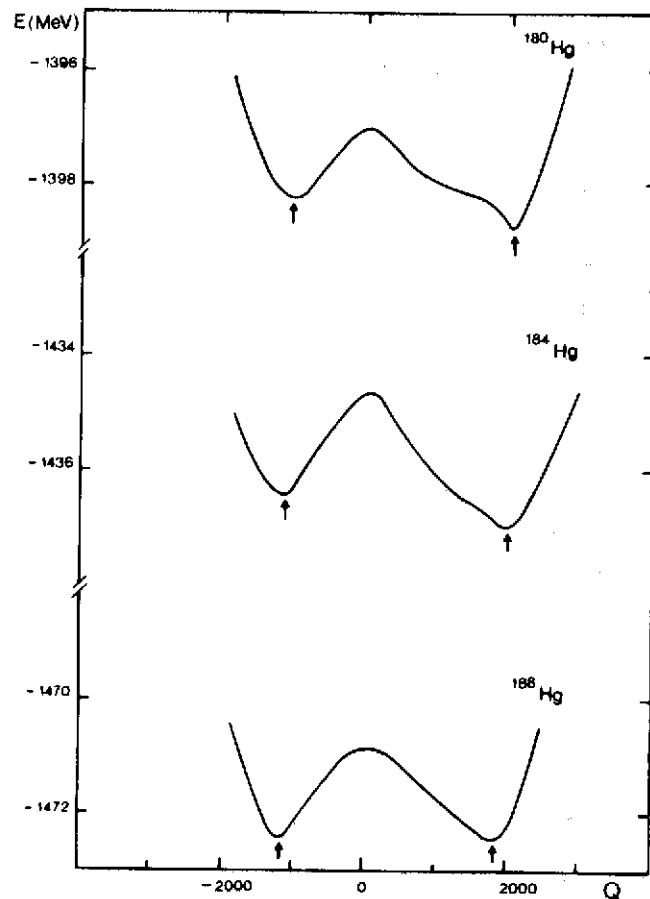


Figure 39 : Courbes d'énergie potentielle en fonction de la déformation pour quelques isotopes de mercure très déficitaires en neutrons.

La différence d'énergie $V_{PO} = E_O - E_P$ entre les deux minima correspondant à des formes aplatie et allongée est représentée dans la figure 40 pour les séries isotopiques de Pt et Hg. Le changement de signe de V_{PO} quand le nombre de neutrons diminue indique un changement de forme, une transition de forme allant d'un état fondamental aplati à un état fondamental allongé. Cependant les hauteurs des barrières sphériques $H_S = E_{HF}^{\text{(sphérique)}} - E_{HF}^{\text{(solution déformée)}}$ sont très faibles ce qui constitue une preuve supplémentaire de la grande déformabilité, ou mollesse de ces noyaux.

La masse exacte pour laquelle la transition a lieu dans la série pair-paire ainsi que la valeur du V_{PO} ne sont pas prédites avec précision :

- il faudrait obtenir les énergies de liaison à moins de 500 KeV près, ce qui est tout à fait impossible dans l'état actuel,
- les valeurs de V_{PO} dépendent aussi beaucoup du traitement des corrélations d'appariement choisi.

D'autre part, il faut bien faire attention au fait que la position exacte de la transi-

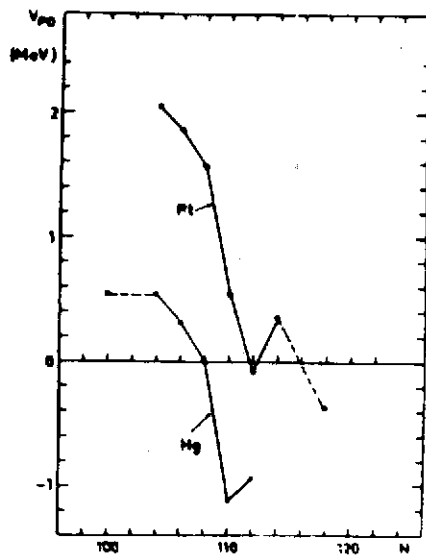


Figure 40 : Variation de la différence en énergie V_{PO} en fonction de la masse pour les isotopes de Hg et de Pt.

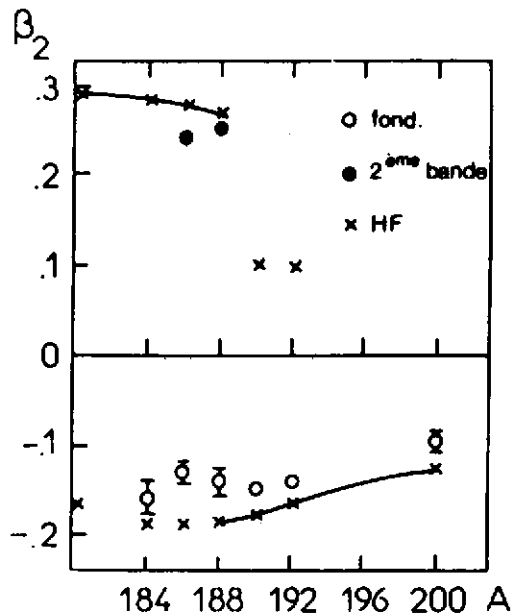


Figure 41 : Variation du paramètre de déformation β_2 pour les solutions d'équilibre de formes aplatie et allongée des isotopes de Hg en fonction du nombre de masse A .

Les points expérimentaux correspondant à la bande du fondamental et à la 2ème bande sont indiqués par des cercles et des points noirs. Les valeurs théoriques sont représentées par des croix ; le trait continu relie les états d'équilibre d'énergie les plus basses : la théorie prédit une transition de formes aplatie-allongée pour ^{188}Hg .

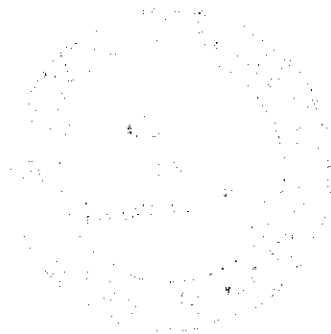
tion de forme est expérimentalement établie pour les noyaux impairs de Hg entre 187 et 185 mais que les conclusions de l'expérience pour les noyaux pair-pairs sont plus équivoques, bien que même le ^{182}Hg apparaisse oblate.

Ce qui est important, c'est que les calculs retrouvent le phénomène de bifurcation et la co-existence de forme dans ces noyaux, d'une façon qualitativement correcte.

De plus, toujours pour le cas des Hg les deux formes sont retrouvées, avec leurs déformations exactes ; la figure 41 confronte les valeurs des paramètres β_2 calculés et expérimentaux. En noir sont représentées les valeurs de $|\beta_2|$ tirées des séquences en énergie des bandes fondamentales dans $^{188-190-192}\text{Hg}$ et de la 1ère bande excitée dans $^{186-188}\text{Hg}$. Les valeurs en clair sont extraites des mesures de $B(E2)$ de la bande fondamentale. Il est clair que, si la transition de forme n'est pas bien placée, les formes des deux états métastables de ces noyaux flip-flap sont bien reproduites. Récemment⁴¹ les mesures du déplacement isotopique dans le ^{182}Hg viennent de confirmer que la déformation de la solution aplatie diminue quand on passe de $A = 184$ à $A = 180$ conformément aux prédictions théoriques. Une fois de plus les calculs microscopiques s'avèrent aptes à reproduire des évolutions de propriétés, c'est-à-dire "en valeur relative" plus qu'en absolu.

Pour conclure ce paragraphe d'illustrations III signalons que très récemment ¹⁰⁹ P. Bonche, H. Flocard, P. H. Heenen ont pu calculer pour des noyaux moyens ($A \sim 100$) les potentiels avec et sans symétrie axiale pour une dizaine de noyaux loin de la vallée de stabilité tels que ceux de Zirconium "riches", fournissant les surfaces d'énergie potentielle $V(\beta, \gamma)$ pour une interaction de Skyrme.

L'apparition d'une grande déformation axiale pour les noyaux riches en neutrons proches de $N=60$ est en particulier reproduite



CHAPITRE III

ETATS EXCITES DE BASSE ENERGIE DES NOYAUX "EXOTIQUES" PAIR-PAIRS

Nous venons de décrire les méthodes et les résultats de calculs HF + BCS et HFB. Certaines lois de conservation sont brisées dans ces calculs : par exemple la solution HF est un état intrinsèque pour lequel le moment angulaire n'est plus bon nombre quantique. Les propriétés globales de l'état fondamental sont calculées pour cet état intrinsèque ; mais il convient d'extraire les états de bon moment angulaire : la connaissance des états excités du noyau est à ce prix. Plusieurs étapes sont à franchir pour résoudre ce problème de façon approchée.

I - On peut résoudre les équations générales de TDHF dans le cas de l'approximation adiabatique.

II - On envisage alors le cas particulier des rotations collectives, en admettant que le noyau est bien déformé et que le seul degré de liberté collectif est la rotation. On déduit la valeur du moment d'inertie du noyau par diverses méthodes : "Cranking", Thouless-Valatin, etc...

III - On peut, sans préjuger de la nature des mouvements dont le noyau est le siège, à savoir rotations, vibrations et couplages rotation-vibration, résoudre l'hamiltonien complet de Bohr en utilisant comme ingrédients de cet hamiltonien les résultats des calculs HF statiques et dynamiques décrits dans le chapitre II et dans les deux premiers paragraphes de ce chapitre. Pour les noyaux de transition peu déformés, cette technique sera mieux adaptée.

Nous allons passer en revue ces trois étapes.

I - L'APPROXIMATION ATDHF

L'approximation TDHF permet de décrire le mouvement des nucléons, quelles que soient l'amplitude et la vitesse des mouvements collectifs associés. L'approximation ATDHF s'adresse, elle, aux situations où la vitesse du mouvement collectif est faible, sans imposer de restriction sur l'amplitude du mouvement. Elle n'a pas été encore appliquée aux noyaux

situés loin de la vallée de stabilité mais elle constitue un outil potentiel qui permet de fournir des paramètres de masse $m(q)$ microscopiques, plus élaborés que ceux donnés par la méthode du Cranking. C'est pourquoi nous rappellerons brièvement les hypothèses et les principaux résultats de l'approximation ATDHF avec l'idée sous-jacente que cette approche pourrait être utilisée dans un proche avenir pour décrire les noyaux situés loin de la vallée de stabilité.

De très nombreux travaux ¹¹⁰⁻¹¹² ont été effectués sur l'approximation ATDHF. Dans un but pédagogique, seule la méthode de Baranger et Vénéroni est présentée ici. Baranger et Vénéroni ¹¹³ ont en effet montré qu'il est possible d'exprimer l'opérateur densité ρ solution de TDHF sous la forme $\rho = e^{i\chi} \rho_0 e^{-i\chi}$ avec des opérateurs ρ_0 et χ pairs sous renversement du sens du temps. Faire l'hypothèse adiabatique revient à effectuer un développement de cet opérateur densité ρ solution de TDHF en se limitant au 2ème ordre en χ :

$$\rho = e^{i\chi} \rho_0 e^{-i\chi} \approx \rho_0 + i[\chi, \rho_0] - \frac{1}{2}[\chi, [\chi, \rho_0]] = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2$$

Toutes les densités ρ_0, ρ_1, ρ_2 dépendent du temps et les densités ρ_n comprennent n fois l'opérateur χ . En outre ρ_0 et ρ_2 sont des opérateurs pairs sous renversement du sens du temps tandis que ρ_1 est impair.

Au second ordre en χ les équations générales de TDHF deviennent deux équations couplées, respectivement impaire et paire par renversement du sens du temps :

$$[h_0, \rho_1] + [h_1, \rho_0] = i\hbar \dot{\rho}_0$$

$$[h_0, \rho_0] + [h_2, \rho_0] + [h_1, \rho_1] + [h_0, \rho_2] = i\hbar \dot{\rho}_1$$

$$\text{avec } h_0 = t + \text{Tr } \tilde{V} \rho_0 \quad h_1 = \text{Tr } \tilde{V} \rho_1 \quad h_2 = \text{Tr } \tilde{V} \rho_2$$

Ce sont les équations ATDHF. On peut montrer qu'elles sont équivalentes à des équations canoniques de Hamilton où les éléments de matrice de ρ_0 et χ jouent le rôle de variables canoniquement conjuguées, par exemple q_i et p_i . On comprend mieux alors la signification physique de la troncature en puissances de χ exprimée en terme d'approximation adiabatique (c'est-à-dire en terme de développement à faible impulsion).

Pour résoudre les équations ATDHF (aussi complexes à priori que celles de TDHF), on fait l'hypothèse que la dynamique du mouvement collectif peut être décrite par un nombre limité de variables collectives et pour commencer, par une seule variable, par exemple le moment quadrupolaire de masse q lié à la déformation axiale β . On explicite l'énergie totale du système sous la forme d'une énergie potentielle $E(\rho_0)$ ne dépendant pas de χ et d'une énergie cinétique adiabatique $f(\chi)$ dépendant quadratiquement de χ (il n'existe pas de terme

du 1er ordre en χ à cause de la symétrie sous renversement du sens du temps) :

$$E(\rho_o, \chi) = E(\rho_o) + f(\chi)$$

Montrons que $f(\chi)$ dépend quadratiquement de \dot{q} .

$\dot{\rho}_o$ s'écrit $\dot{\rho}_o = \frac{\partial \rho_o}{\partial q} \dot{q}$ et est donc linéaire en \dot{q} . Or ρ_1 est linéaire en χ et h_1 linéaire en ρ_1 donc h_1 et ρ_1 sont linéaires en χ . L'équation impaire de ATDHF montre que h_1 et ρ_1 sont linéaires en $\dot{\rho}_o$ donc en \dot{q} . On en conclut que χ est linéaire en \dot{q} ce qui revient à dire que $f(\chi)$, quadratique en χ , est quadratique en \dot{q} .

On définit alors la masse adiabatique $m(q)$ ou paramètre de masse par ^{*}

$$f(\chi) = \frac{1}{2} m(q) \dot{q}^2$$

On trouve en explicitant $E(\rho)$ que :

$$m(q) = \hbar \text{Tr} \frac{\chi}{\dot{q}} \frac{\partial \rho_o}{\partial q}$$

En pratique la deuxième équation de ATDHF, paire sous renversement du sens du temps n'est pas résolue dans le cas le plus général¹¹⁴; on suppose plutôt que ρ_o est donné de façon approchée par un calcul CHF $[h_o - \lambda Q, \rho_o] = 0$ où ρ_o dépend de $q = \langle Q \rangle$. On peut remarquer¹¹⁵⁻¹¹⁷ que l'équation ATDHF impaire :

$$[h_o, \rho_1] + [h_1, \rho_o] - i\hbar \dot{\rho}_o = 0$$

est équivalente à l'ordre considéré en χ à l'équation du type ^{**}

$$[h - \dot{q}P - \lambda \tilde{Q}, \rho] = 0$$

avec

$$P = -i\hbar \left[\rho_o, \frac{\partial \rho_o}{\partial q} \right] \text{ et } \tilde{Q} = \rho_o Q (1 - \rho_o) + (1 - \rho_o) Q \rho_o$$

^{*} Comme en mécanique classique on appellera "masse" ou "paramètre de masse" associé à une seule variable collective dynamique q le coefficient de $\frac{2E_k}{\dot{q}^2}$ où E_k est l'énergie cinétique correspondante.

^{**} L'opérateur \tilde{Q} est la partie antidiagonale de Q dans l'espace particule-trou. En pratique on peut remplacer dans cette approche Q par \tilde{Q} puisque :

$$[h_o - \lambda \tilde{Q}, \rho_o] = [h_o - \lambda Q, \rho_o] = 0$$

Cette équation est une équation Hartree-Fock avec double contrainte sur \tilde{Q} et P où le champ externe P est impair sous renversement du sens du temps; pour la résoudre, on part de la solution ρ_0 de $[h_0 - \lambda Q, \rho_0] = 0$. Avec une valeur non nulle de \dot{q} , on itère l'équation CHF avec des contraintes sur P et Q . Dès la première itération on obtient $\rho = \rho_0 + \rho_1$ où ρ_1 est une perturbation impaire. Cette perturbation ρ_1 modifie alors h qui passe de h_0 à $h_0 + h_1$ et ceci jusqu'à la convergence. Le paramètre \dot{q} est complètement arbitraire mais pour des petites valeurs de \dot{q} , la seule quantité physique à savoir $\frac{\chi}{\dot{q}}$, doit être indépendante de \dot{q} (régime de réponse linéaire).

Faire l'approximation d'Inglis¹¹⁸ ou du Cranking revient à négliger h_1 , c'est-à-dire la perturbation du potentiel moyen issu de la perturbation ρ_1 de la densité. Si h_1 est négligeable, l'équation impaire ATDHF devient :

$$[h_0, \rho_1] = i\hbar \dot{\rho}_0$$

qu'on peut inverser pour donner ρ_1/\dot{q} et par conséquent $\frac{\chi}{\dot{q}}$. D'où l'on déduit $m(q)$ qui s'écrit selon la formule classique d'Inglis :

$$m(q) = 2\hbar^2 \sum_{p,t} \frac{|\langle t | \frac{\partial \rho_0}{\partial \rho} | p \rangle|^2}{\epsilon_p - \epsilon_t}$$

où $p(t)$ réfèrent aux états de particule (trou) respectivement.

Si maintenant on fait plus d'une itération et si l'on tient compte de l'effet du changement de la matrice densité sur le champ moyen, c'est-à-dire si on inclut les effets self-consistants impairs, on trouve une formule de Thouless-Valatin¹¹⁹ généralisée à un autre mode que celui de la rotation collective.

La figure 42 montre pour le noyau ^{12}C la variation du paramètre de masse $m(q)$ en fonction de la déformation quadrupolaire q ¹²⁰. On ne peut plus parler d'approximation harmonique et comme nous le verrons dans la suite de ce chapitre, l'hamiltonien de Bohr en est totalement changé.

Signalons enfin sans entrer dans les détails qu'en supposant χ opérateur local, les équations ATDHF se ramènent à des équations hydrodynamiques¹²¹ pour un fluide en mouvement irrotationnel. Ainsi des modèles apparemment déconnectés tels que le Cranking ou le modèle hydrodynamique sont en fait des cas particuliers des équations générales de ATDHF. Ces dernières n'ont été résolues à ce jour de façon systématique que pour une seule coordonnée collective imposée de manière arbitraire et sans tenir compte des corrélations d'appariement. Il conviendrait d'inclure ces corrélations pour décrire de manière réaliste la dynamique de basse énergie des noyaux déformés lourds. Pour connaître les fonctions d'onde associées du mode collectif considéré il faut résoudre le problème aux valeurs propres d'un hamiltonien de Bohr.

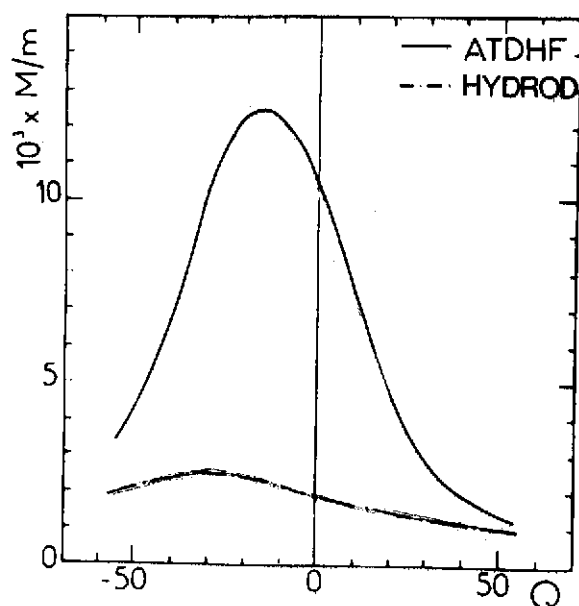


Figure 42 : Variation de la masse adiabatique quadrupolaire du ^{12}C (rapportée à la masse du nucléon) en fm^{-2} avec le moment quadrupolaire de masse Q (fm^2). Le trait pointillé indique le résultat obtenu dans le modèle simple d'hydrodynamique.

II - CAS PARTICULIER DES ROTATIONS COLLECTIVES

1 - Approximations de Cranked-Hartree-Fock, de Thouless-Valatin et du Cranking

Soit la matrice densité ρ_{st} , solution des équations de Hartree-Fock statique. Considérons la famille $\rho_o(\theta)$ des solutions dégénérées en énergie correspondant à une rotation autour d'un axe caractérisé par le vecteur unitaire \vec{n} , de moment angulaire \vec{J} :

$$\rho_o(\theta) = e^{-i\theta \frac{\vec{n} \cdot \vec{J}}{\hbar}} \rho_{st} e^{i\theta \frac{\vec{n} \cdot \vec{J}}{\hbar}}$$

Pour le calcul de la masse associée, on peut utiliser le formalisme de ATDHF¹¹⁶ avec la variable collective $q \equiv \theta$ et $\dot{q} = \dot{\theta} = \omega$ (vitesse angulaire).

On est donc conduit à résoudre l'équation de Hartree-Fock avec la contrainte impaire P suivante :

$$P = +i\hbar \left[\frac{\partial \rho_o}{\partial \theta}, \rho_o \right] = (\vec{n} \cdot \vec{J})_A$$

où l'indice A indique qu'il s'agit de la partie antidiagonale*. Il faut donc minimiser $H - \dot{q}P$ soit $H - \omega \cdot \vec{J}$ avec $\vec{\omega} = \vec{n} \omega$.

* En fait on peut montrer que l'effet, sur la masse calculée, de la partie diagonale (trou-trou et particule-particule) de P est nul. (voir page 2068 de la réf. 116).

On parle alors non plus d'Hamiltonien mais de Routhian $H - \vec{\omega} \cdot \vec{J}$. Minimiser $H - \vec{\omega} \cdot \vec{J}$ en effectuant une diagonalisation complète revient à réaliser des calculs "Cranked-Hartree-Fock", appelés également SCC ("Self-consistent Cranking") ou enfin calculs à l'approximation de Thouless-Valatin.* Très peu de calculs microscopiques contraints sur J_x (pour une rotation autour de l'axe x) ont pu être réalisés à ce jour, à cause des brisures de symétrie entraînées par la contrainte^{122,123} (par calculs microscopiques, on entend toujours des calculs HFB ou HF + BCS sans coeur inerte et avec des forces effectives raisonnables). Il s'agit du même problème que pour le modèle en couches tournant (ou Nilsson tournant)^{124,125}, si ce n'est que H est alors un opérateur à un corps d'où le traitement non self-consistant : le lecteur se référera au cours de Z. Szymanski pour approfondir ses connaissances sur ce dernier modèle.

Si maintenant on néglige la partie h_1 de l'hamiltonien de Hartree-Fock provenant de la partie impaire de ρ , on retrouve la formule du Cranking d'Inglis¹¹⁸:

$$J_{\text{Inglis}} = 2\hbar^2 \sum_{p,t} \frac{|\langle p | J_x | t \rangle|^2}{\epsilon_p - \epsilon_t}$$

Dans l'approximation de Thouless-Valatin¹¹⁹ les effets de la force centrifuge et de la force de Coriolis dus à la rotation modifient le champ moyen, tandis que dans la formule d'Inglis, version non self-consistante de Thouless-Valatin, le champ moyen n'est pas altéré par la rotation. Il est bon de redémontrer cette formule par la méthode employée par Inglis dans un article de 1954 : le lecteur trouvera cette démonstration dans l'annexe 3.

Si on veut tenir compte des corrélations d'appariement, les probabilités d'occupation interviennent dans le moment d'inertie et les énergies de quasi-particules E_i remplacent les énergies de particule ou de trou ϵ_i ^{126,127}

$$J = 2\hbar^2 \sum_{\mu, \nu} \frac{|\langle \mu | J_x | \nu \rangle|^2 (u_\mu v_\nu - v_\mu u_\nu)^2}{E_\mu + E_\nu}$$

Les valeurs théoriques du moment d'inertie sont pour les terres rares et les transuraniens en excellent accord avec l'expérience avec moins de 20% d'écart (voir figure 43)¹²⁷. Pour les noyaux "exotiques" transitionnels (voir tableau 5), le même type d'accord subsiste bien que la quantité expérimentale n'ait plus beaucoup de sens : ces noyaux sont le siège de mouvements

* Sans entrer dans les détails, signalons qu'historiquement l'approximation de Thouless-Valatin a été déduite directement des équations TDHF en résolvant la perturbation de rotation sur la base particulière d'excitations particule-trou, de manière self-consistante.

collectifs complexes où le mode rotationnel n'est pas nécessairement dominant (voir paragraphe 3).

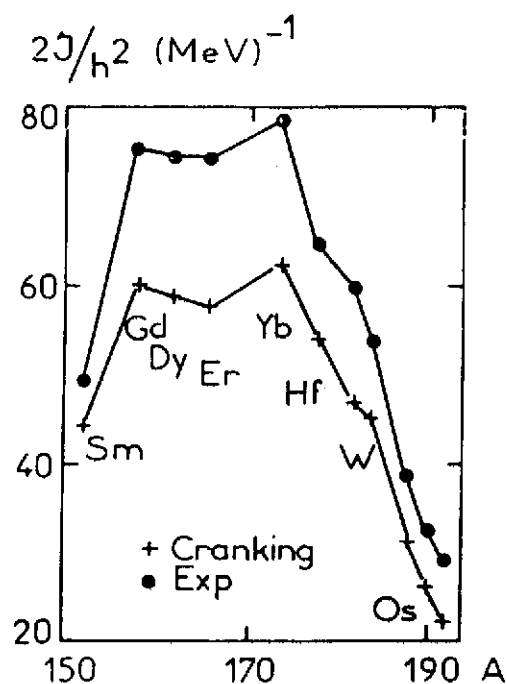


Figure 43 : Moment d'inertie J de quelques noyaux de terres rares en fonction du nombre de masse A . La quantité théorique $2J/h^2$ obtenue dans l'approximation du Cranking au sein de calculs (HF + BCS) avec la force SIII est comparée à la valeur expérimentale $6/E_{2+}$.

Noyaux	$(2J/h^2)_{Cr}$	$(2J/h^2)_{exp} = \frac{6}{E_{2+}}$
$^{184}_{Pt_o}$	27.199	36.81
$^{188}_{Pt_o}$	27.004	23.438
$^{194}_{Pt}$	17.664	18.265
$^{186}_{Hg_o}$	29.893	14.804
$^{166}_{Er}$	57.448	74.442
$^{152}_{Sm}$	44.103	49.261
$^{236}_{U}$	101.712	132.45
$^{244}_{Cm}$	103.97	139.86

Tableau 5 : Comparaison entre les valeurs du moment d'inertie calculées dans l'approximation du Cranking et extraites de l'expérience pour quelques noyaux "exotiques" et de la vallée de stabilité. L'indice o précise qu'il s'agit de la solution d'équilibre "oblate" (aplati).

Le fait que les moments de Cranking soient systématiquement trop faibles d'au moins de 20 % est vraisemblablement lié aux corrections de Thouless-Valatin ou encore au

traitement des corrélations d'appariement.

2 - Liens avec d'autres approches

- Moment d'inertie de corps rigide ("rigid-body")

Si on calcule la formule d'Inglis pour un oscillateur harmonique déformé (type Nilsson mais sans couplage \vec{r}, \vec{s}) on retrouve la valeur \mathcal{J} de corps rigide :

$$\mathcal{J}_{\text{Inglis}} = m \sum_{i=1}^A (\langle y^2 \rangle_i + \langle z^2 \rangle_i) = \mathcal{J}_{\text{rig}}$$

Le lecteur intéressé pourra trouver cette démonstration dans l'ouvrage de P. Ring et P. Schuck, page 134.

- Susceptibilités magnétiques électroniques

Le moment d'inertie d'un système de nucléons non interagissant peut d'ailleurs être obtenu comme la somme de deux susceptibilités para et diamagnétiques d'électrons libres plongés dans un champ magnétique¹²⁸. On trouve $\mathcal{J} = \mathcal{J}_{\text{rigide}} - \frac{1}{12} \hbar^2 g(\epsilon_F)$ où $g(\epsilon_F)$ est la densité d'états par intervalle d'énergie unité, à l'énergie de Fermi. Ce terme correctif par rapport à la valeur de corps rigide $\mathcal{J}_{\text{rigide}}$, qui est en $A^{-2/3}$, a été retrouvé récemment par les méthodes d'approximation semi-classiques¹²⁹ que nous aborderons au chapitre V.

- Méthodes de projection

L'hamiltonien total $H = \sum_i t_i + \sum_{i<j} V_{ij}$ est invariant par rotation et un état propre de H possède un "bon" J , c'est-à-dire est fonction propre du moment angulaire total J . Or la solution HF n'est pas en général un état propre du moment angulaire J . Supposons que l'état CHF déformé d'énergie minimale soit à symétrie axiale. Dans ce cas, si J n'est pas bon nombre quantique, sa projection sur l'axe de symétrie lié au noyau $K = \sum_i \Omega_i$ l'est. Soit $|\Phi_K\rangle$ l'état de Hartree-Fock à symétrie axiale ; ce déterminant s'écrit comme une somme d'états propres de J :

$$|\Phi_K\rangle = \sum_J a_J |\Phi_K^J\rangle$$

Il faut donc projeter cet état sur un état de "bon" J à l'aide de l'opérateur P_{JM} tel que :

$$P_{JM} |\Phi_K\rangle = |\Psi_{MK}^J\rangle$$

Nous allons utiliser la technique de projection due à Peierls et Yoccoz¹³⁰ qui est une application au cas particulier des rotations de la méthode de la coordonnée génératrice^{131,132}. Dans cette dernière méthode, au lieu de prendre comme fonction d'essai la fonction $\Phi(q)$, on utilise une fonction Ψ du type :

$$\Psi = \int \Phi(q) f(q) dq$$

où $f(q)$ est une fonction de poids correspondant à la variable q .

Peierls et Yoccoz ont proposé en 1957 d'utiliser dans le calcul variationnel de HF la fonction d'onde d'essai :

$$|\Psi\rangle = \int d\Omega f(\Omega) |\Phi(\Omega)\rangle \quad \text{où} \quad |\Phi(\Omega)\rangle = R(\Omega) |\Phi_K\rangle,$$

$|\Phi_K\rangle$ étant la fonction d'onde CHF violant la symétrie et $R(\Omega)$ l'opérateur rotation

$R(\alpha, \beta, \gamma) = e^{-i\alpha J_z} e^{-i\beta J_y} e^{-i\gamma J_z}$. La fonction de poids $f(\Omega)$ est une matrice rotation usuelle D_{MK}^J telle que :

$$\langle JM | R(\Omega) | JK \rangle = D_{MK}^J(\Omega)$$

L'opérateur de projection P_{JM} s'écrit :

$$P_{JM} |\Phi_K\rangle = \frac{2J+1}{8\pi^2} |\Psi_{MK}^J\rangle = \frac{2J+1}{8\pi^2} \int D_{MK}^J(\Omega) R(\Omega) |\Phi_K\rangle d\Omega$$

On obtient les différents états $0+$, $2+$, $4+$ de la bande fondamentale qui ont tous même déformation en minimisant l'énergie :

$$\delta \frac{\langle \Phi | H | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle} = 0$$

puis en projetant après variation

$$|\Psi^J\rangle = P_J |\Phi\rangle$$

(d'où le nom HFP, Hartree-Fock projeté).

Le calcul de l'énergie E^J des états $|\Psi^J\rangle$ implique l'évaluation des éléments de matrice entre deux déterminants de A particules liés au rapport à des axes qui ont tourné les uns par rapport aux autres. Ces calculs sont relativement longs et n'ont permis d'atteindre les spectres en énergie que des noyaux légers (couches majeures $2s-1d$ et $1f-2p$)^{133,134}. Pour des noyaux bien déformés de symétrie axiale, cette méthode HFP est

équivalente à l'approximation de Thouless-Valatin (voir l'ouvrage de P. Ring et P. Schuck, pages 466-469).

Signalons pour mémoire la méthode de projection PHF ("projected Hartree-Fock") ou variation après projection qui consiste en une double variation : en termes de coordonnée génératrice

$$|\psi\rangle = \int d\Omega f(\Omega) R(\Omega) |\Phi\rangle$$

l'énergie dépend de la fonction de poids $f(\Omega)$ et de la fonction $|\Phi\rangle$. On peut écrire symboliquement la minimisation :

$$\delta \frac{\langle \psi^J | H | \psi^J \rangle}{\langle \psi^J | \psi^J \rangle} = 0 = \frac{\langle \Phi | P^J H P^J | \Phi \rangle}{\langle \Phi | P^J P^J | \Phi \rangle}$$

Cette méthode n'a été développée que depuis 1968. La fonction d'essai n'est plus un déterminant de Slater mais la fonction $P^J |\Phi\rangle$. Chaque état projeté aura donc une valeur différente de la déformation : la simplicité du modèle rotationnel est perdue. Il va sans dire que ces calculs consomment de très longs temps de machine et qu'ils n'ont pu être appliqués qu'à la couche 1p en 1977^{135,136}.

III - L'HAMILTONIEN DE BOHR ET SON APPROCHE MICROSCOPIQUE

1 - Rappel

Soit un noyau considéré comme une goutte liquide chargée que l'on décrit à l'aide de la longueur d'un rayon R allant de l'origine à la surface, rapportée au rayon R_0 de la sphère de même volume

$$R = R(\theta, \varphi, t) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda=0}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda} \alpha_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \right)$$

où les $\alpha_{\lambda\mu}$ sont les paramètres de déformation dynamiques, en négligeant les changements de volume du 2ème ordre en α . Tous les mouvements collectifs peuvent être exprimés en faisant varier la forme du noyau avec le temps, soit avec $\alpha_{\lambda\mu}(t)$, exceptés ceux qui correspondent à une variation de l'épaisseur de surface.

Le premier mode multipolaire non trivial est le mode quadrupolaire $\lambda = 2$ correspondant pour des $\alpha_{2\mu}$ faibles à une déformation ellipsoïdale. En effet, le terme α_{00} décrit un changement de volume (dilatation ou contraction qui conduit à des énergies d'excitation nettement supérieures aux énergies considérées dans ce cours (énergies de résonances géantes)). D'autre part en se plaçant dans le repère du centre de masse (à l'origine) les termes $\alpha_{1\mu}$

correspondant à une translation du système sont nuls. Si le seul mode quadrupolaire est pris en compte, il vient :

$$R = R(\theta, \varphi, t) = R_0 \left(1 + \sum_{\mu=-2}^{+2} \alpha_{2\mu}(t) Y_{2\mu}(\theta, \varphi) \right).$$

(Dans ce qui suit on omettra l'indice $\lambda = 2$.)

L'hamiltonien classique le plus général décrivant les oscillations de surface autour d'une forme sphérique s'écrit alors¹ :

$$H = T + V = \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu} B_{\mu\nu} (\{\alpha\}) \dot{\alpha}_{\mu} \dot{\alpha}_{\nu} + V(\{\alpha\}).$$

Pour passer du système d'axes liés au laboratoire au système d'inertie propre du noyau (il s'agit du repère défini par les axes principaux du noyau déformé), on effectue une rotation d'angles $\theta_1, \theta_2, \theta_3$; les paramètres de déformation s'écrivent alors :

$$a_{2\mu} = \sum_{\mu'} D_{\mu'\mu}^2(\theta_i) \alpha_{2\mu'}.$$

Le repère d'inertie est choisi tel que $a_{21} = a_{2-1} = 0$ et $a_{22} = a_{2-2}$. Le système est complètement décrit

- soit par les cinq paramètres $\alpha_{2\mu}$ ($\mu = 2, 1, 0, -1, -2$)

- soit par les trois angles d'Euler θ_i et les deux paramètres a_{20} et a_{22} ou de manière équivalente par les trois angles d'Euler θ_i et les deux paramètres β et γ définis par les relations :

$$a_{20} = \beta \cos \gamma \quad \text{et} \quad a_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$$

On a :

$$\sum_{\mu} |\alpha_{2\mu}|^2 = \sum_{\mu} |a_{2\mu}|^2 = a_{20}^2 + 2a_{22}^2 = \beta^2.$$

La surface du noyau s'exprime en fonction de ces paramètres :

$$R = R_0 \left(1 + \beta \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (\cos \gamma (3 \cos^2 \theta - 1) + \sqrt{3} \sin \gamma \sin^2 \theta \cos 2\varphi) \right)$$

et les variations de longueur par rapport à R_0 sur les axes d'inertie s'écrivent :

$$\delta R_K = \sqrt{\frac{4}{5\pi}} \beta R_0 \cos \left(\gamma - k \frac{2\pi}{3} \right) \quad k = 1, 2, 3.$$

Si $\gamma = 0$ on obtient une surface de révolution en forme de cigare ("prolate" signifiant oblong) ayant pour axe de symétrie l'axe 3 dans le repère d'inertie et pour section droite un cercle. De même pour $\gamma = \frac{2\pi}{3}$ et $\frac{4\pi}{3}$ avec les axes 1 et 2. Si $\gamma = \frac{\pi}{3}$, π et $\frac{5\pi}{3}$ il s'agit d'un "ellipsoïde" de révolution ayant la forme d'un disque aplati ("oblate"), admettant pour axes de symétrie les axes 2, 3 et 1. C'est pourquoi pour définir totalement une forme nucléaire, il suffit de présenter le secteur d'angle $\pi/3$ dans le plan (β, γ) en coordonnées polaires (voir figure 44 (a)). Pour chaque forme de noyau, il est possible de visualiser sa déformabilité en traçant la surface d'énergie potentielle $V(\beta, \gamma)$ correspondante (voir figure 44(b), (c), (d), (e)).

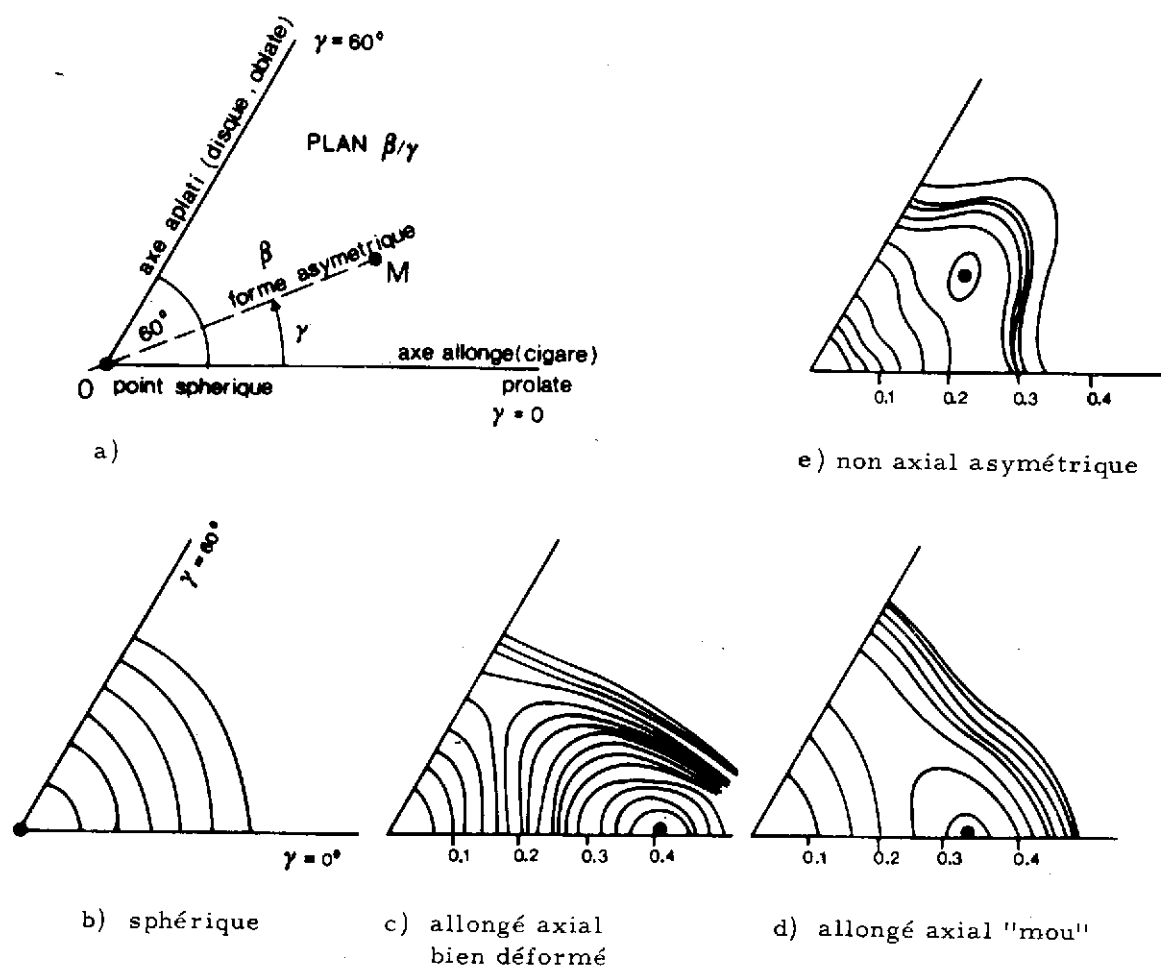


Figure 44 : Dans le schéma (a), le point M est repéré par les coordonnées polaires β (longueur du segment OM) et γ (angle). Il représente une forme quadrupolaire asymétrique bien définie. Les autres dessins schématisent des surfaces d'énergie potentielle $V(\beta, \gamma)$ pour un noyau de forme sphérique (b), de forme allongée à symétrie axiale, bien déformé (c), mou (d) et "triaxiale", asymétrique (e). Pour chaque surface le minimum d'énergie est indiqué par un point noir.

Après quantification par prescription de Pauli¹³⁷ (nous renvoyons par exemple le lecteur à l'ouvrage de W. Greiner où de tels calculs sont détaillés), l'hamiltonien du système H peut être écrit sous la forme :

$$H = T_{vib} + T_{rot} + V$$

$$T_{vib} = -\frac{1}{2} \sum_{k,\lambda} \frac{\partial}{\partial a_k} D G^{k\lambda} \frac{\partial}{\partial a_\lambda} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} [G^{k\lambda}] = [B]^{-1} \\ D = (\pi \prod_k \det B)^{1/2} \end{cases}$$

$$= \frac{1}{2} B_{00} \dot{\beta}^2 + B_{20} \beta \dot{\beta} \dot{\gamma} + \frac{1}{2} B_{22} \beta^2 \dot{\gamma}^2$$

$$T_{rot} = \frac{1}{2} \left(\frac{I_1^2}{J_1} + \frac{I_2^2}{J_2} + \frac{I_3^2}{J_3} \right)$$

$$V = V(\beta, \gamma)$$

où I_K sont les composantes du moment angulaire total et $G^{k\lambda}$ la matrice inverse de B . L'hamiltonien H est totalement déterminé si on connaît les sept fonctions de β, γ suivantes :

- l'énergie potentielle de déformation V
- les trois paramètres de masse B_{00}, B_{20}, B_{22}
- les trois moments d'inertie J_1, J_2, J_3

Les paramètres de masse $B_{00}(\beta, \gamma), B_{20}(\beta, \gamma), B_{22}(\beta, \gamma)$ sont les paramètres $m(q)$ du chapitre II associés aux variables β et γ . Quant aux moments d'inertie $J_1(\beta, \gamma), J_2(\beta, \gamma), J_3(\beta, \gamma)$ ils correspondent aux paramètres de masse de rotation autour des axes 1, 2 et 3.

Nous appellerons cet hamiltonien l'Hamiltonien de Bohr complet. A. Bohr dès 1952¹ s'est intéressé à la limite harmonique de telles oscillations autour de la forme d'équilibre sphérique en écrivant :

$$H = T + V = \frac{1}{2} \sum_u (B_2 |\dot{\sigma}_{2u}|^2 + C_2 |\sigma_{2u}|^2)$$

B_2 et C_2 sont des constantes désignant le paramètre de masse et le coefficient de compressibilité ("stiffness") qui caractérisent tous les deux l'aptitude à se déformer.

Autour d'une position d'équilibre déformée quadrupolaire axiale, caractérisée par a_{20}^0 et a_{22}^0 , la limite harmonique de l'Hamiltonien de Bohr s'écrit :

$$H = T_{vib} + T_{rot} + V(\beta, \gamma)$$

avec

$$T_{vib} = \frac{1}{2} B_{00} \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} B_{22} \beta^2 \dot{\gamma}^2 + B_{02} \beta \dot{\gamma} \dot{\beta}$$

$$T_{\text{rot}} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 J_k \omega_k^2$$

$$V(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} C_{20} (a_{20}(\beta, \gamma) - a_{20}^0)^2 + C_{22} (a_{22}(\beta, \gamma) - a_{22}^0)^2$$

S'il n'existe aucun couplage dynamique entre les variables β et γ , alors $B_{20} = 0$ et si $B_{00} = B_{22} \equiv B_2$, les moments principaux d'inertie peuvent être donnés par :

$$J_k = 4B_2 \beta^2 \sin^2 \left(\gamma - \frac{2\pi k}{3} \right) \quad k = 1, 2, 3$$

K. Kumar et M. Baranger¹³⁸⁻¹⁴⁰ ont largement discuté les symétries et les conditions d'invariance de l'Hamiltonien de Bohr complet et de ses fonctions propres. Nous ne retiendrons que :

- toutes les formes sont atteintes dans le seul sextant du plan (β, γ) à cause des symétries $\gamma/-\gamma$ et $\gamma/\gamma + 2\pi/3$

- les sept fonctions B, J et V sont connues en tout point du plan (β, γ) dès lors qu'elles le sont dans ce sextant

- les seuls invariants pour le groupe des rotations sont β^2 et $\beta^3 \cos 3\gamma$

- les fonctions d'onde que nous recherchons peuvent s'exprimer sur la base de fonctions :

$$\psi^{IM\alpha} = \sum_K f^{K\alpha}(\beta, \gamma) \phi_{MK}^I(\theta_1) \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} K \geq 0, K \geq I \\ K \text{ pair} \\ K \neq 0 \text{ si } I \text{ impair} \end{array}$$

et

$$\phi_{MK}^I(\theta_1) = N^{IK} \left[D_{MK}^I(\theta_1) + (-)^I D_{M-K}^I(\theta_1) \right] \text{ où } N^{IK} \text{ est la norme}$$

2 - Résolution et résultats

Il convient alors de résoudre l'équation de Schrodinger correspondante, c'est-à-dire de diagonaliser l'Hamiltonien complet de Bohr. Nous ne parlerons pas ici, en effet, des limites simples de cet hamiltonien. Certains ont pris pour terme potentiel $V(\beta, \gamma)$ un oscillateur harmonique sphérique¹, ou indépendant de γ ¹⁴¹⁻¹⁴⁵. D'autres se sont limités au cas des petites oscillations autour d'une forme à symétrie axiale et ont paramétrisé les sept fonctions de l'hamiltonien en fonction de quatre paramètres purement phénoménologiques. Enfin quelques auteurs, tenant compte de potentiels plus généraux, n'ont par contre considéré que des termes restreints de l'énergie cinétique¹⁴⁶⁻¹⁴⁹, ou des paramètres de masse simplifiés¹⁵⁰.

Il convient à ce point de faire un peu d'histoire. L'hamiltonien de Bohr collectif est un concept relativement ancien puisqu'il a été introduit en 1952¹. Les premières résolutions numériques de cet hamiltonien complet ne datent que de 1967¹³⁸. En ce qui concerne les ingrédients microscopiques de cet hamiltonien, et en particulier l'énergie potentielle, les calculs CHF "axiaux" fournissent des potentiels $V(\beta)$ depuis environ dix ans⁹³. Les potentiels $V(\beta, \gamma)$ obtenus par des calculs CHF "triaxiaux" commencent juste à être disponibles^{95, 109}. Ceci explique pourquoi l'hamiltonien de Bohr connaît maintenant un exceptionnel regain d'intérêt.

En effet à partir de la seule donnée d'une interaction effective nucléon-nucléon, la mise en oeuvre des méthodes précédemment évoquées, autorise le calcul microscopique des sept fonctions de l'hamiltonien collectif de Bohr :

- le terme potentiel $V(\beta, \gamma)$ est livré par les calculs CHF

- les paramètres de masse sont calculés dans l'approximation du Cranking tout comme les moments d'inertie ou à partir des équations ATDHF dans le cas de 2 variables collectives ($m(q)$ s'identifiant à B_{00} , B_{20} et $B_{22}(\beta, \gamma)$).

Pour diagonaliser l'hamiltonien de Bohr, il existe deux méthodes numériques : soit traiter l'opérateur énergie cinétique par une méthode de différence finie^{138-141, 151}, soit projeter les états propres sur une base tronquée¹⁵².

a) Résolution par une méthode de différence finie

Dans le cadre de la première approche numérique, K. Kumar et M. Baranger¹³⁸⁻¹⁴¹ ont accompli un véritable travail de pionnier. Ils ont choisi comme force d'interaction nucléon-nucléon la force $P + QQ$ ("pairing + quadrupole - quadrupole") dont l'intensité est caractérisé par les constantes χ et G ; l'hamiltonien microscopique regroupe un hamiltonien d'oscillateur harmonique à 1 corps H_{sp} correspondant à l'hamiltonien de Hartree pour la force QQ , un terme d'appariement H_p et un terme résiduel quadrupole-quadrupole H_{QQ} :

$$H = H_{sp} + H_p + H_{qq} = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} - \frac{1}{4} G \sum_{\alpha \gamma} S_{\alpha} S_{\gamma} a_{\alpha}^{\dagger} a_{-\alpha}^{\dagger} a_{-\gamma} a_{\gamma} - \frac{1}{2} \chi \sum_M Q_M^{\dagger} Q_M$$

avec

$$Q_M = \sum_{\alpha \gamma} \langle \alpha | r^2 Y_{2M} | \gamma \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha}, \quad G = -\langle \gamma \bar{\gamma} | H_p | \alpha \bar{\alpha} \rangle, \quad S_{\alpha} = (-)^{j_{\alpha} - m_{\alpha}}$$

Puis ils ont calculé les sept fonctions collectives $V(\beta, \gamma)$, \mathcal{J}_k et B avec une méthode TDHB (Hartree-Bogoliubov dépendant du temps), combinant la méthode TDHF pour traiter les effets quadrupolaires et celle de HB pour inclure les corrélations d'appariement. Leur première analyse a porté sur les noyaux de transition W-OS-Pt et Sm-Gd. Le plus gros succès de ces calculs a été de prédire la transition de forme allongée-aplatie dans les noyaux de platine.

Cependant si la résolution numérique est satisfaisante, le modèle possède quelques points faibles :

- la force $P + QQ$ est très phénoménologique et de plus sa paramétrisation n'est que localement valable dans la charte

- le traitement n'est pas totalement microscopique car le noyau est divisé en deux parties, un nuage de nucléons de valence actifs, dont la contribution est calculée microscopiquement et un cœur inerte traité phénoménologiquement ; ainsi en dehors de la forme des noyaux, les autres propriétés globales du noyau dans son état fondamental ne peuvent pas être atteintes.

Récemment D. Gogny, M. Girod et al.^{99, 153} ont repris les calculs microscopiques de l'Hamiltonien de Bohr en utilisant l'interaction effective D1 déjà discutée dans le chapitre II. Le potentiel $V(\beta, \gamma)$ (voir figure 28 du chapitre II) est donné par les calculs HFB conduits dans le cas triaxial⁹⁵ ; les paramètres de masse et les moments d'inertie sont calculés dans le cadre d'une approximation du modèle de Cranking (voir figures 45 et 46). La résolution numérique adoptée est celle de K. Kumar. Nous donnons sur la figure 47 les résultats de ce type de calculs pour le noyau ^{152}Sm à savoir la comparaison théorie-expérience des niveaux collectifs de basse énergie.

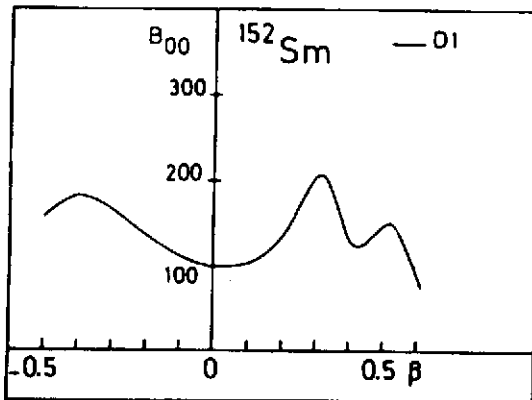


Figure 45 : Paramètre de masse axiale du ^{152}Sm en fonction de la déformation calculée avec l'interaction D1.

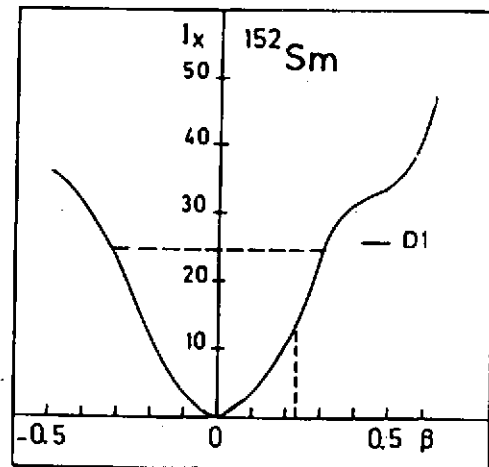


Figure 46 : Moment d'inertie en fonction de la déformation axiale calculée avec l'interaction D1. Le trait horizontal indique la valeur "expérimentale" de I_x et le trait vertical la déformation dynamique^x.

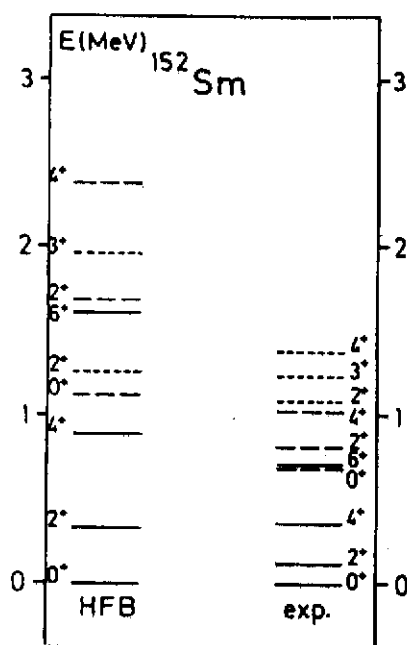


Figure 47 : Comparaison des spectres de basse énergie théorique et expérimental du ^{152}Sm .

L'accord expérience-théorie est tout à fait satisfaisant. Malheureusement ces calculs n'ont été appliqués qu'à des noyaux situés sur la vallée de stabilité ^{*}.

b) Résolution par projection sur une base

Une méthode originale de résolution de l'hamiltonien complet de Bohr a été récemment proposée par J. Libert et P. Quentin ¹⁵², en développant les solutions propres de cet Hamiltonien sur une base polynomiale tronquée et convenablement symétrisée. Cette méthode est très flexible car adaptable à des formes d'énergie potentielle $V(\beta, \gamma)$ les plus générales, par exemple avec deux puits très marqués ; elle est de plus relativement moins coûteuse en temps de calcul.

De nombreux calculs microscopiques CHF + BCS ont été effectués avec l'interaction de Skyrme (SIII) avec et sans symétrie axiale, comme nous l'avons vu au chapitre II, donnant ainsi accès aux courbes $V(\beta)$ et $V(\beta, \gamma)$. Mais à ce jour la seule application de tels calculs à la résolution de l'hamiltonien de Bohr, via la méthode numérique de projection, n'a porté que sur des potentiels axiaux $V(\beta)$ extrapolés dans le sextant $V(\beta, \gamma)$ par la simple relation :

$$V(\beta, \gamma) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 (1 + \epsilon_j \cos 3\gamma) V_j(\beta) \quad \epsilon_j = +1 (-1)$$

où $j=1(2)$ correspond au demi-axe allongé (aplati). Les paramètres de masse sont pris constants.

^{*} Très récemment les isotopes riches en neutrons de Ni, tel que le ^{68}Ni ont fait l'objet de tels calculs ¹⁵⁴.

$B_{00} = B_{22} = B$ avec $B_{20} = 0$ et extraits de l'énergie du premier état excité $2+$; les moments d'inertie sont ceux du modèle hydrodynamique $\mathcal{J}_k = 4B\beta^2 \sin^2(\gamma - \frac{2\pi K}{3})$. A titre d'exemple pour les noyaux déficitaires en neutron, nous présentons les résultats obtenus sur les noyaux ^{154}Er - ^{156}Er - ^{158}Er .

La figure 48 présente les surfaces d'énergie potentielle $V(\beta, \gamma)$ où la transition de forme sphérique-déformée est clairement montrée en passant de ^{154}Er à ^{158}Er . A partir de ces données, la résolution de l'Hamiltonien de Bohr conduit aux résultats de la figure 49. Un bon accord de l'évolution des niveaux collectifs de basse énergie avec la masse est obtenu pour ces noyaux d'Erbium transitionnels ^{155}Er .

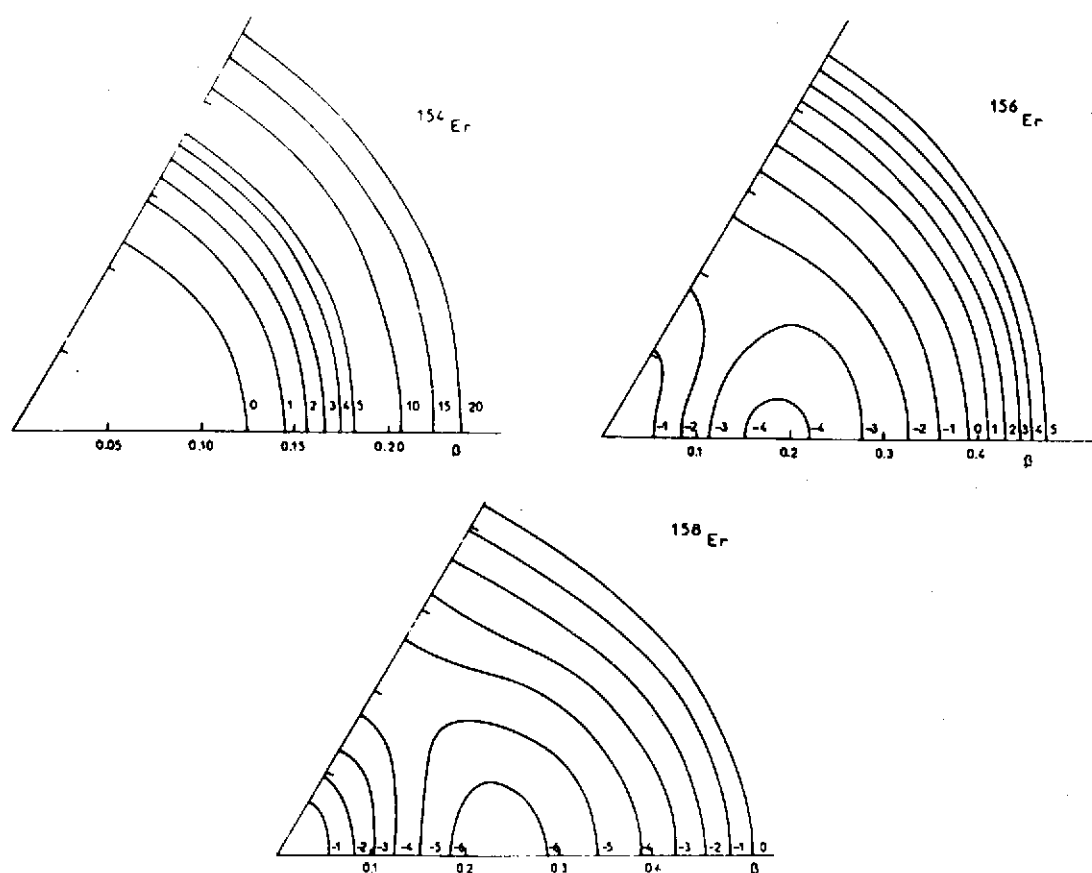


Figure 48 : Surfaces d'énergie potentielles $V(\beta, \gamma)$ pour les noyaux ^{154}Er - ^{156}Er - ^{158}Er extrapolées des courbes d'énergie potentielle $V(\beta)$. Pour $\beta = 0$ l'énergie potentielle est prise égale à zéro.

En conclusion la résolution de l'équation dynamique de Bohr est une des étapes indispensables à franchir entre les calculs microscopiques et les mesures de spectroscopie de basse énergie ; elle semble avoir passé le seuil des tests pour pouvoir maintenant travailler extensivement sur des noyaux situés loin de la vallée de stabilité, comme l'ont prouvé les premiers résultats obtenus sur les noyaux d'Erbium et sur ceux de Nickel.

Il reste cependant un problème en suspens : c'est la contribution des excitations individuelles. En effet dans les noyaux pair-pairs les têtes de bandes vibrationnelles 0^+ sont souvent situées trop haut en énergie ou varient sans raison apparente avec la masse atomique,

de plus des états de 2 particules apparaissent à partir de 2 MeV. Afin de tenir compte des deux degrés de liberté individuel et collectif qui sont intimement couplés dans les noyaux impairs, impair-impairs et à plus haute énergie d'excitation dans les noyaux pair-pairs, il convient donc de traiter le modèle unifié¹⁵⁶ de la manière la plus microscopique possible.

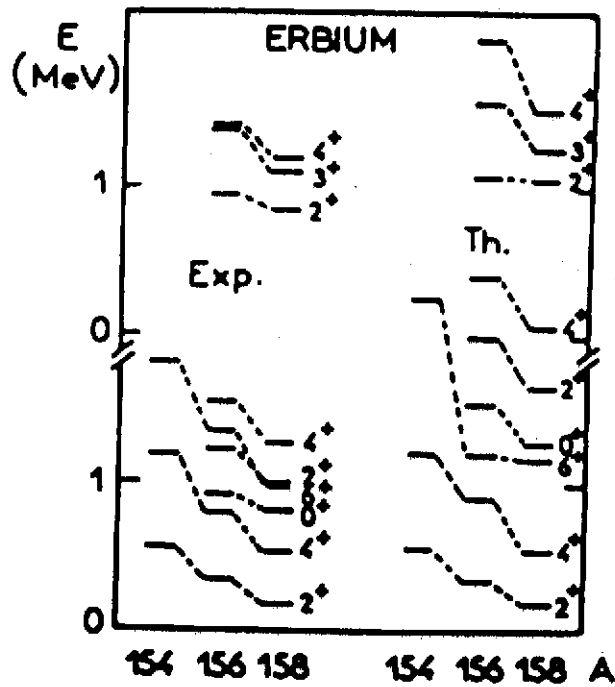


Figure 49 : Comparaison des niveaux collectifs de basse énergie expérimentaux et calculés pour les noyaux de $^{154-156-158}\text{Er}$.

CHAPITRE IV

ETATS EXCITES DE BASSE ENERGIE DES NOYAUX "EXOTIQUES"

IMPAIRS ET IMPAIR-IMPAIRS

I - INTRODUCTION

Une approche totalement self-consistante HF des noyaux A-impairs est assez difficile, en particulier si l'on inclut l'étude de la polarisation du coeur en tenant compte de la disparition de l'invariance par renversement du temps. De plus le traitement des corrélations d'appariement entraîne quelques complications supplémentaires. De toutes façons dans de telles descriptions HF on est limité par le caractère intrinsèque des fonctions d'onde obtenues. Il est clair qu'une description à la fois correcte et praticable des propriétés spectroscopiques de basse énergie des noyaux A impairs peut passer par l'utilisation du modèle unifié¹⁵⁶ : les degrés de liberté collectif et individuel y sont couplés et interfèrent. Il convient donc de décrire

- la dynamique du coeur pair-pair en termes de variables collectives à l'aide de l'Hamiltonien de Bohr
- les excitations individuelles par un hamiltonien de quasi-particules résultant de calculs HF + BCS éventuellement contraints pour obtenir la déformation désirée.

Dans un tel modèle le couplage entre les deux types de degré de liberté s'effectuera via le couplage géométrique des moments angulaires du coeur et des quasi-particules et via la dépendance en déformation de l'hamiltonien de quasi-particules.

Nous allons maintenant présenter ici les résultats d'une étape préliminaire d'une telle description microscopique dans le cadre du modèle unifié. Dans un premier temps nous allons faire l'hypothèse que la solution de l'Hamiltonien de Bohr est celle d'un simple rotor rigide et laisser complètement de côté les degrés de liberté collectifs de vibration et le couplage inhérent à la déformation dans les degrés de liberté de particules. En d'autres termes, la dynamique du coeur est outrageusement simplifiée : on l'approche en effet de manière phénoménologique par celle d'un simple rotor. Il s'agit du modèle rotor + particules ou, si les corrélations d'appariement sont incluses, du modèle rotor + quasi-particules¹⁵⁶.

Il faut bien comprendre que le but de cette approche "microscopique" du modèle

rotor + quasi-particules est de tester les états de quasi-particules fournis par les calculs HF près de la surface de Fermi, est d'abord de tester la validité du champ moyen pour diverses valeurs de la déformation. Ainsi il nous sera possible de dire si les forces effectives du type de Skyrme, ajustées sur les propriétés de saturation, et des résonances géantes conduisent également à une bonne reproduction des états individuels.

II - UNE APPROCHE MICROSCOPIQUE DU MODELE ROTOR + QUASI-PARTICULES

1 - Cas des noyaux A impairs (rotor + une quasi-particule)

Rappel du formalisme

L'hamiltonien du système est subdivisé en deux parties¹⁵⁶ $H = H_{\text{rot}} + H_p$ où H_{rot} décrit le mouvement collectif de rotation du coeur pair-pair et H_p la quasi-particule de valence voisine du niveau de Fermi.

Le seul couplage existant entre le mouvement collectif (rotor) et le mouvement de particules (un ou quelques nucléons dits "de valence") est purement géométrique. En effet, si l'on suppose la symétrie axiale pour le coeur effectuant une rotation autour d'un axe perpendiculaire à son axe de symétrie ($R_z = 0$), alors le terme H_{rot} s'écrit :

$$H_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} \vec{R}^2 = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} (\vec{I}^2 - 2I_z j_z) + \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} \vec{j}^2 - \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} (j_- I_+ + j_+ I_-)$$

où le dernier terme correspondant au couplage classique du moment total avec le moment de la particule individuelle est appelé couplage de Coriolis. Pour l'expression précédente, \mathcal{J} est le moment d'inertie, \vec{R} , \vec{I} et \vec{j} les moments angulaires du coeur, total et de la quasi-particule respectivement ; H_p l'hamiltonien de quasi-particules indépendantes est défini en termes des solutions HF + BCS à l'équilibre, au minimum d'énergie de déformation.

Pour diagonaliser l'hamiltonien $H_{\text{rot}} + H_p$ on pourrait utiliser la base standard du modèle unifié (voir figure 50).

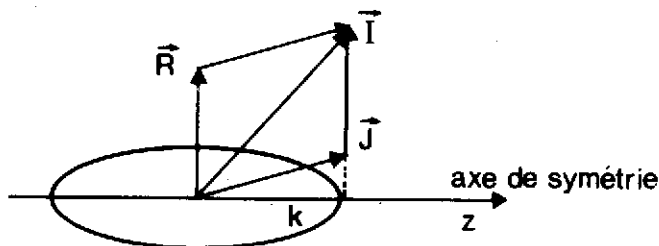


Figure 50 : Schéma d'un noyau déformé de symétrie axiale (axe z) avec \vec{R} le moment angulaire de rotation du coeur, \vec{j} le moment angulaire de la particule externe, et $\vec{I} = \vec{R} + \vec{j}$ le moment angulaire total du noyau. \vec{R} étant choisi perpendiculaire à l'axe de symétrie, la projection K de \vec{j} est identique à celle de \vec{I} sur l'axe z.

$$|\alpha IMK\rangle = \left| \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} (D_{MK}^I \chi_{\alpha K} + (-)^{I+K} \pi D_{M-K}^I \chi_{\bar{\alpha} K}) \right\rangle$$

où les D_{MK}^I désignent les matrices de rotation de Wigner et les $\chi_{\alpha K}$ les fonctions d'ondes individuelles de HF : l'état $\chi_{\alpha K}$ est la fonction d'onde à une quasi-particule caractérisée par la projection de son moment angulaire K et par d'autres nombres quantiques dont la parité $\pi = (-)^L$ rassemblés sous la notation α et $\chi_{\bar{\alpha} K}$ l'état obtenu par renversement du temps; le ket $|\chi_{\alpha K}\rangle$ s'écrit donc :

$$|\chi_{\alpha K}\rangle = \alpha_K^+ |BCS\rangle$$

où α_K^+ est l'opérateur de une quasi-particule (proton ou neutron suivant que le noyau est impair en proton ou en neutron)¹⁵⁶⁻¹⁶⁰.

Pour pouvoir décrire aussi les noyaux de transition relativement peu déformés et surtout mous, il est souhaitable d'introduire un moment d'inertie variable dans H_{rot} , c'est-à-dire de faire dépendre \mathcal{J} par rapport au moment angulaire du coeur R , soit $\mathcal{J}(R)$. Dans ce cas il est utile d'introduire la base $|\beta IMjR\rangle$ encore appelée "base du coeur" ou "base quasi-sphérique"¹⁶¹⁻¹⁶⁴. Ces états sont états propres des moments angulaires du coeur R et de la quasi-particule j . Sans corrélation d'appariement les états de cette base s'écrivent :

$$|\beta IMjR\rangle = \sum_m \sqrt{\frac{2R+1}{8\pi^2}} D_{M-m, 0}^R \langle jm R M-m | IM \rangle a_{jm}^+ |\text{coeur}\rangle$$

Dans le cas d'un moment d'inertie fixe il est possible de diagonaliser H dans la base standard ; si \mathcal{J} dépend de R , pour calculer les éléments de matrice de H_{rot} on projette les états $|\alpha IMK\rangle$ de la base standard sur les états $|\beta IMjR\rangle$ de la base quasi-sphérique qui sont des états de "bon R ".

Les éléments de matrice de H peuvent s'écrire¹⁵⁷⁻¹⁵⁹ :

$$\begin{aligned} \langle \alpha IMK | H | \alpha' IMK' \rangle &= \epsilon_{\alpha K} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{KK'} \\ &+ \sum_{\beta\beta'R} A_{\beta jR, \alpha K}^I A_{\beta' jR, \alpha' K'}^I \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}(R)} R(R+1) (u_{\alpha K} u_{\alpha' K'} + v_{\alpha K} v_{\alpha' K'}) \end{aligned}$$

où les $\epsilon_{\alpha K}$, $u_{\alpha K}$, $v_{\alpha K}$ sont les énergies de qp et les facteurs d'occupation d'appariement de l'état considéré de qp (α, K). Les $A_{\beta j R, \alpha K}^I = \langle \beta I M j R | \alpha I M K \rangle$ sont les coefficients de projection permettant de passer des états de la base standard déformée à ceux de la base du coeur et faisant intervenir les coefficients $\langle \beta j K | \alpha K \rangle$ de développement des états HF déformés sur la base sphérique.

$$\langle \alpha I M K | \beta j R I M \rangle = \sqrt{2} \langle j K R 0 | I K \rangle \sqrt{\frac{2R+1}{2I+1}} \langle \beta j K | \alpha K \rangle \delta R, \text{ pair}$$

Après diagonalisation de la matrice énergie on obtient la fonction d'onde du noyau A impair $|YIM\rangle = \sum_{\alpha K} C_{\alpha K}^Y |\alpha I M K\rangle$ comme combinaison linéaire d'états de la base standard déformée ou

$$|YIM\rangle = \sum_{p j R} C_{\beta j R}^Y |\beta I M j R\rangle$$

de la base quasi-sphérique.

Revenons sur l'approximation implicite du modèle rotor + 1 qp dans le cas de l'utilisation de la base du "coeur". L'hamiltonien microscopique décrivant le système de A particules en interaction s'écrit :

$$H = \sum_{ij} \langle i | t | j \rangle a_j^+ a_j + 1/4 \sum_{ijkl} \langle ij | v | \widetilde{kl} \rangle a_i^+ a_j^+ a_l a_k$$

ce qui équivaut en incluant les corrélations d'appariement à

$$H = E_{BCS} + \sum_{\alpha} E_{qp}(\alpha) \eta_{\alpha}^+ \eta_{\alpha} + V_{\text{résiduel}}$$

où η_{α}^+ , η_{α} sont les opérateurs de quasi-particules

Dans la base des états à 1 qp, la matrice énergie s'écrit :

$$\langle BCS \eta_K | H | \eta_K^+ BCS \rangle$$

$$= \delta_{KK'} [E_{BCS} + E_{qp}(K)]$$

comme la somme d'une énergie du coeur pair-pair et de l'énergie de la quasi-particule externe. Or l'état $|BCS\rangle$ décrit le coeur du noyau impair dans son état intrinsèque, qui est un mélange d'états de bon moment angulaire R.

On peut projeter cet état sur les états $|R\rangle$ de bon moment angulaire

$$|BCS\rangle = \sum_{\substack{R=0 \\ \text{pair}}} |R\rangle \langle R|BCS\rangle$$

avec

$$E_{BCS} = \langle BCS|H|BCS\rangle = \sum_{R=0} \langle R|BCS\rangle^2 \frac{\hbar^2}{2J(R)} R(R+1)$$

L'approximation du rotor + 1 qp consiste à considérer E_{BCS} comme la valeur moyenne de l'hamiltonien opérateur énergie cinétique de rotation du coeur avec le moment d'inertie variable $\frac{\hbar^2}{2J(R)} R^2$. On conçoit alors bien que les propriétés de la qp doivent être celles qui ont été obtenues pour le coeur pair-pair, au minimum d'énergie de déformation.

Liens avec les autres modèles et bilan global de cette approche

Tout d'abord rappelons que le modèle de rotor + 1 qp est une émanation du modèle unifié¹⁵⁶, incluant l'hypothèse adiabatique : la vitesse du mouvement collectif du coeur est faible devant celle relative aux excitations individuelles. Par conséquent, tant que la vitesse du mouvement collectif du coeur est faible, et par exemple pour le cas des rotations tant que la vitesse angulaire ω est petite, c'est-à-dire, à basse fréquence, l'hypothèse du modèle unifié reste valable. En ce sens le modèle rotor + 1 qp implique absolument la même physique que le modèle en couches tournant^{124,125} discuté dans le cours de Zdzisław Szymanski. Mais pour des fréquences élevées, à très haut spin, le modèle rotor + qp n'est peut être plus applicable ; seul reste valable le modèle en couches tournant en attendant de réels calculs "Self-Consistent-Cranking" SCC avec des forces effectives à 2 corps.

Ce modèle rotor + 1 qp a été extensivement appliqué par le passé dans sa forme phénoménologique à de nombreux noyaux déformés^{1,156,165-177}. Qu'apporte la microscopie au modèle de rotor + 1 qp¹⁵⁷⁻¹⁶⁰ ?

Actif

1) La valeur de la déformation axiale β_2 ainsi que les états de qp déformés sont extraites de calculs HF contraints au minimum d'énergie. Ils sont déterminés sans aucune possibilité de jouer sur les paramètres. Ceci constitue un avantage certain de cette approche par rapport aux calculs de rotor + qp phénoménologiques utilisant des états d'oscillateur harmonique déformé (Nilsson) où interviennent les paramètres de l'hamiltonien déformé χ, μ ainsi que ceux liés à la déformation β_2 ou β_4 .

2) Les états HF mélangeant fortement des états de base appartenant à des couches majeures différentes, caractérisées par N, beaucoup plus que dans le modèle d'oscillateur harmonique déformé ou dans celui du puits de Woods-Saxon. Le fait d'utiliser des fonctions

d'onde microscopiques permet par exemple d'inclure de manière naturelle les couplage $\Delta N = 2$ entre couches majeures d'oscillateur harmonique correspondant à des N différents de 2.

3) Pour rendre compte des résultats expérimentaux, par exemple dans les terres rares, on introduit parfois un facteur d'atténuation phénoménologique, c'est-à-dire un coefficient α plus petit que l'unité qui multiplie l'élément de matrice de Coriolis faisant intervenir des états de particule tel que $\alpha < K | j^+ | K' >$. Dans le type de calculs présentés ici aucun facteur d'atténuation n'a été appliqué sur les termes de Coriolis et de recul (terme en j^2) : la partie H_{rot} a été calculée exactement.

4) Tous les états de qp situés à environ 2Δ (où Δ est le gap ou saut en énergie) au-dessus et au-dessous du niveau de Fermi sont pris en compte. Par exemple pour les calculs sur $^{236}\text{U} + 1$ qp permettant d'atteindre le noyau ^{235}U , 24 états de neutron "de valence" entraient en jeu, à ± 4 MeV de la mer de Fermi. Le modèle ne se limite plus au cas de couches à parité unique (un seul état de parité définie) 37,170 ou au mélange restreint de deux ou trois bandes 173 .

5) Pour les noyaux bien déformés, on peut extraire le moment d'inertie \mathcal{J} du coeur à partir de la formule de Cranking d'Inglis en utilisant bien sûr les solutions à l'équilibre HF + BCS. On réalise alors explicitement le couplage d'un rotor "microscopique" à des états de particules "microscopiques".

6) Pour des noyaux de transition, relativement mous on peut, grâce au choix de la base du coeur, injecter des moments d'inertie $\mathcal{J}(R)$ variant avec le spin ; ces valeurs sont directement tirées des énergies expérimentales de la bande fondamentale du noyau pair-pair via l'image rotationnelle. Elles ne sont donc pas sujettes à un ajustement arbitraire. Ainsi cette approche permet d'atteindre à la fois les noyaux bien déformés et éventuellement ceux de transition, contrairement au modèle de Nilsson tournant (Cranking Shell model).

7) Les seuls paramètres du modèle sont les 6 paramètres de la force de Skyrme fixés une fois pour toutes pour l'ensemble des noyaux de la charte et les sauts en énergie Δ_n , Δ_p , ("les gaps") extraits des différences d'énergie de liaison expérimentales pair-impairs.

Passif

1) Dans l'état actuel des calculs microscopiques existants, le degré de liberté γ d'asymétrie axiale n'est pas pris en compte, contrairement à de nombreux calculs phénoménologiques (modèles de Meyer-ter-Vehn 178,179 , Ragnarsson et al $^{180-182}$, Toki-Faessler 164).

2) La projection sur le bon nombre de nucléons n'est pas incluse : une fonction d'onde de BCS n'est pas état propre de l'opérateur nombre de particules. La fonction d'onde à une

quasi-particule sur un coeur à A nucléons décrit un système à $\langle N \rangle = A + 1 - 2 \sum_i v_i^2$ nucléons - qui n'est pas un nombre entier - et où v_i^2 désignent les probabilités d'occupation de l'état de quasi-particule considéré. En gros cette fonction décrit aussi bien (ou aussi mal !) les noyaux $A + 1$ et $A - 1$. Si, cependant l'état considéré est suffisamment loin du niveau de Fermi, on retrouve des situations claires d'états de trou en-dessous, d'états de particules au-dessus et on décrit de manière évidente les noyaux $A - 1$ ou $A + 1$.

Enfin il n'est tenu aucun compte de l'effet de blocage de la particule externe.

3) Il est admis que la déformation des états de qp dans les noyaux impairs reste celle du coeur pair-pair adjacent. Ceci est évidemment une question ouverte.

4) Seul le degré de liberté collectif de rotation est impliqué dans ce modèle. Mais comme nous l'avons dit, cette approche ne constitue que la "première pierre" d'un traitement impliquant une dynamique du coeur réaliste, en recouplant des états de qp HF à l'hamiltonien de Bohr.

Illustration de ces concepts ; résultats

Ce modèle du rotor + qp a été appliqué à de très nombreux noyaux "exotiques" ou non et de déformation très variable, en allant des noyaux de transition $^{157, 160, 183}$ ($\beta_2 \sim 0.10 - 0.15$) aux isomères de fission 158 ($\beta_2 \sim 0.6$) en passant par des noyaux très lourds bien déformés 159 tels que Th, U, Pu, Pa, Np et Am avec $229 \leq A \leq 241$ ($\beta_2 \sim 0.30 - 0.35$). (voir figure 51).

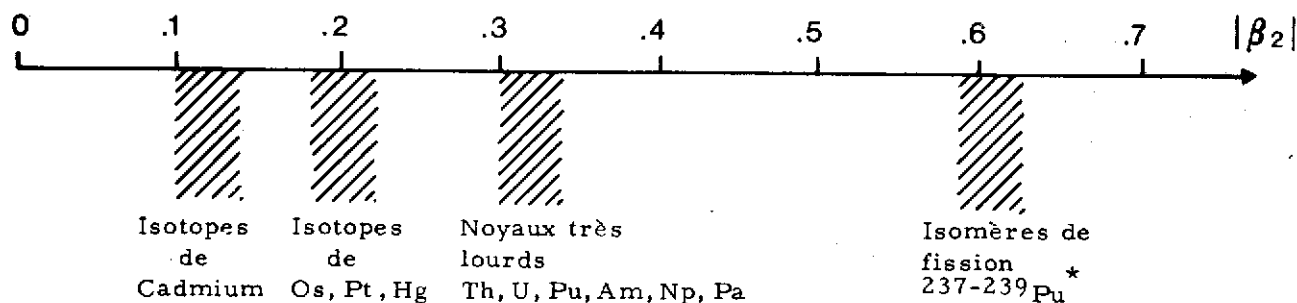


Figure 51 : Régions de déformation où l'approche du modèle rotor + lqp "microscopique" a été appliquée.

Avant de présenter des résultats sur les noyaux "exotiques", donnons à titre d'information les résultats obtenus dans la vallée de stabilité pour les noyaux bien déformés d'Uranium impairs. Pour un noyau donné, ^{235}U , toutes les bandes rotationnelles sont retrouvées (figure 52). Jusqu'à 1.1 MeV les 9 bandes de rotation sont retrouvées avec succès : $7/2^- [743]$, $1/2^+ [631]$, $5/2^+ [633]$, $5/2^+ [622]$, $3/2^+ [631]$, $7/2^+ [624]$, $5/2^- [752]$, $1/2^- [501]$, $9/2^- [734]$. Pour certaines d'entre elles l'assignation a ainsi été confirmée. On notera que pour la bande $1/2^- [501]$ très perturbée, on obtient le bon paramètre de découplage. Enfin des propositions d'étiquette ont été données pour les bandes $5/2^- [503]$, $3/2^- [501]$, $3/2^- [741]$. De plus

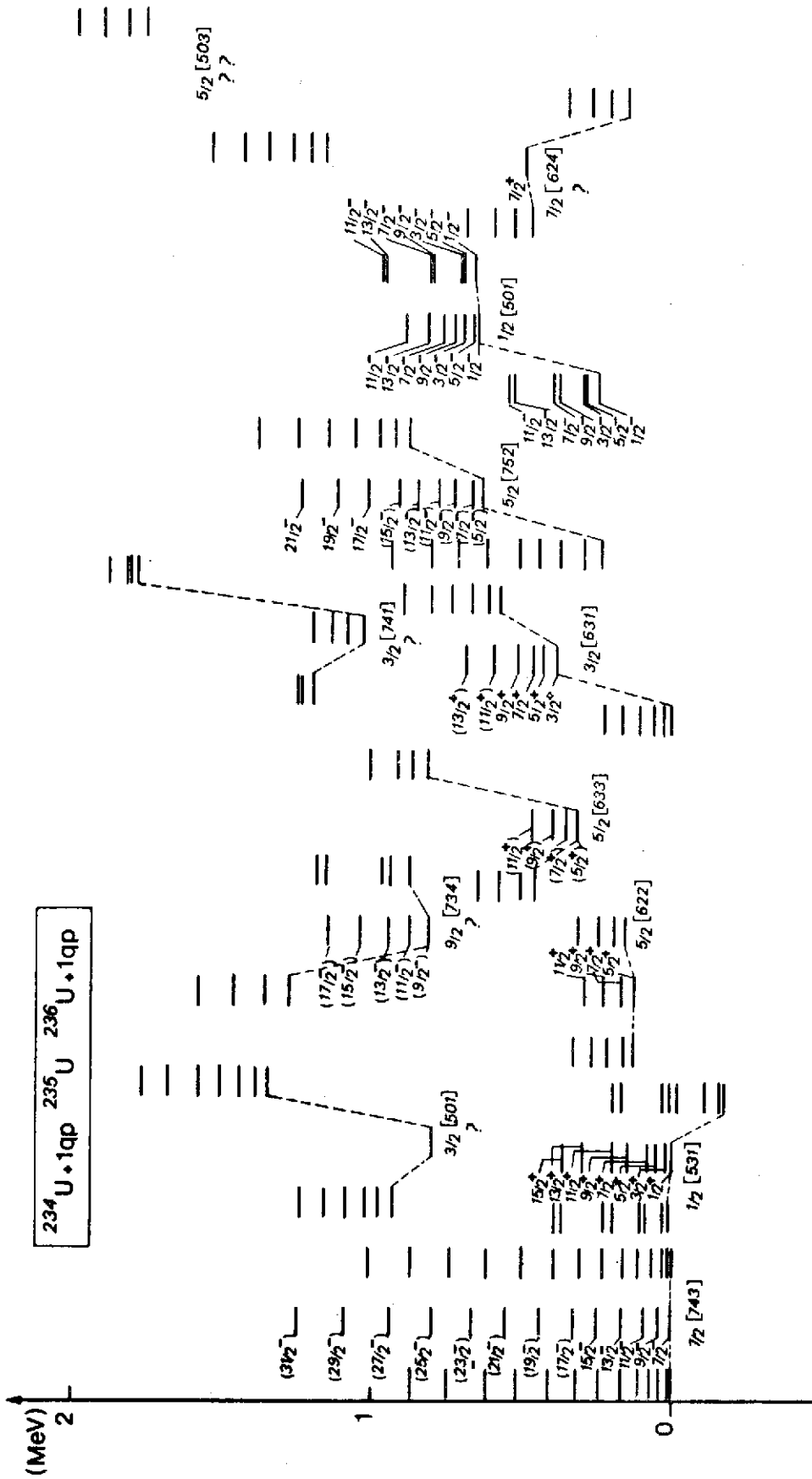


Figure 52 : Comparaison du schéma de niveaux expérimental du noyau ^{235}U avec les résultats théoriques obtenus en couplant une quasi-particule de neutron à un cœur pair-pair de ^{234}U ou ^{236}U , reportés respectivement à gauche et à droite de chaque bande de niveaux expérimentale.

l'évolution des têtes de bande pour une série isotopique est bien reproduite (figure 53). Par exemple pour les cinq bandes $3/2^+$ [631], $1/2^+$ [631], $7/2^+$ [743], $5/2^+$ [622] et $1/2^-$ [501] dont l'évolution est bien connue de ^{233}U à ^{229}U , les calculs de rotor + 1 qp sont en excellent accord avec les résultats expérimentaux : les variations relatives en énergie avec A sont bien reproduites.

Passons maintenant au cas des noyaux "exotiques" vis à vis de la stabilité β . Nous allons présenter les résultats concernant les noyaux exotiques de Cd impairs, Hg impairs, Pt impairs.

Les noyaux impairs de Cadmium $^{103-105-107-109}\text{Cd}$ présentent expérimentalement une bande $\Delta I = 2$ découplée bâtie sur l'état $1h\ 11/2$ et deux bandes perturbées construites sur les états $1g\ 7/2$ et $2d\ 5/2$. Les calculs de rotor + 1 qp ¹⁵⁷ ont permis d'établir la forme allongée pour ces noyaux, non seulement pour la bande $1h\ 11/2$ de parité unique mais aussi pour les bandes de parité positive (voir figure 54). En regardant la décomposition des états sur la base sphérique du coeur on peut constater qu'il s'agit réellement d'une bande découplée ; cependant par rapport au simple calcul de Stephens ¹⁷⁰ il faut noter que l'état $11/2^-$ ne contient que 61% d'état de base $|h\ 11/2\ R = 0\rangle$ (voir figure 55). Dans le calcul de rotor + 1 qp "microscopique" les bandes de parité positive ont aussi pu être reproduites et analysées. Les évolutions théorique et expérimentale des états favorisés sont représentés sur la figure 56 : il en résulte clairement que les noyaux de Cd impairs sont allongés. L'approche rotor + 1 qp permet donc dans ce cas de reproduire les bandes de parité négative et positive ainsi que de conclure quant à la forme des noyaux à basse énergie d'excitation. Elle a ainsi confirmé qu'il n'existait pas de coexistence de forme dans les isotopes de Cd déficients en neutrons.

Des résultats similaires ^{160, 183} ont été obtenus dans la région des Hg où des bandes découplées bâties sur l'état $1i\ 13/2^+$ ont été observées dans les noyaux $^{193-191-189-187}\text{Hg}$. Par contre ces bandes sont bien reproduites pour la solution d'équilibre de forme aplatie et peu déformée (oblate) de ces noyaux ; quand le nombre de nucléons décroît les énergies des états $15/2^+$ et $13/2^+$ diminuent tandis que celle des états $17/2^+$ et $21/2^+$ augmentent (voir figure 57) ; les calculs reproduisent fort bien les spectres en énergie en valeur absolue mais aussi leur évolution particulière avec le nombre de nucléons (qui s'explique par la pénétration du niveau de Fermi au sein de la couche $1i\ 13/2$). La solution allongée "prolate" et bien déformée conduit à des bandes couplées $13/2^+$, $15/2^+$, $17/2^+$... ($\Delta I = 1$) en total désaccord avec l'expérience.

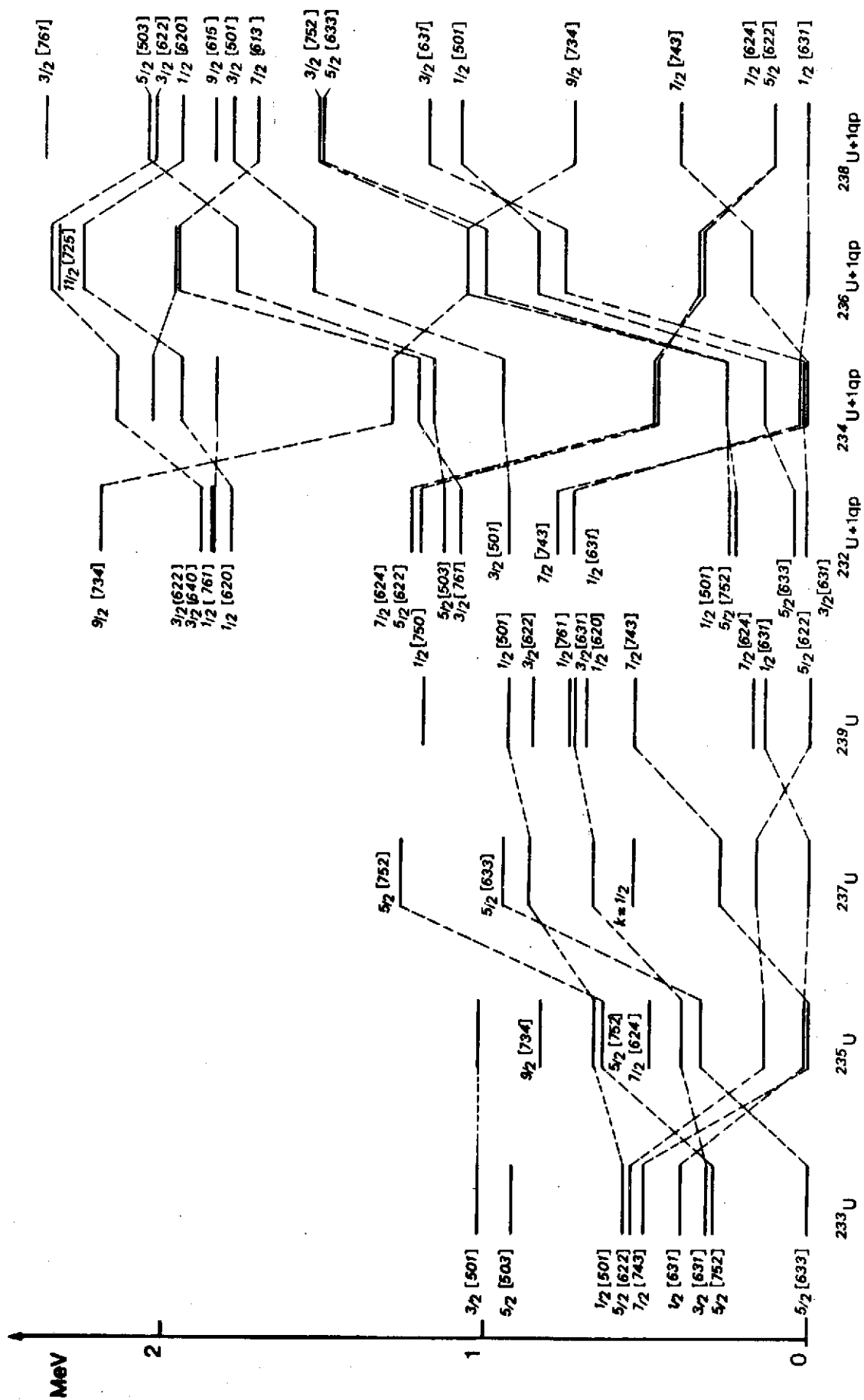


Figure 53 : Comparaison des énergies expérimentales des têtes de bande présentées dans 233, 235, 237, 239^U et de celles calculées en couplant une quasi-particule de neutron aux coeurs pair-pairs 232, 234, 236, 238^U.

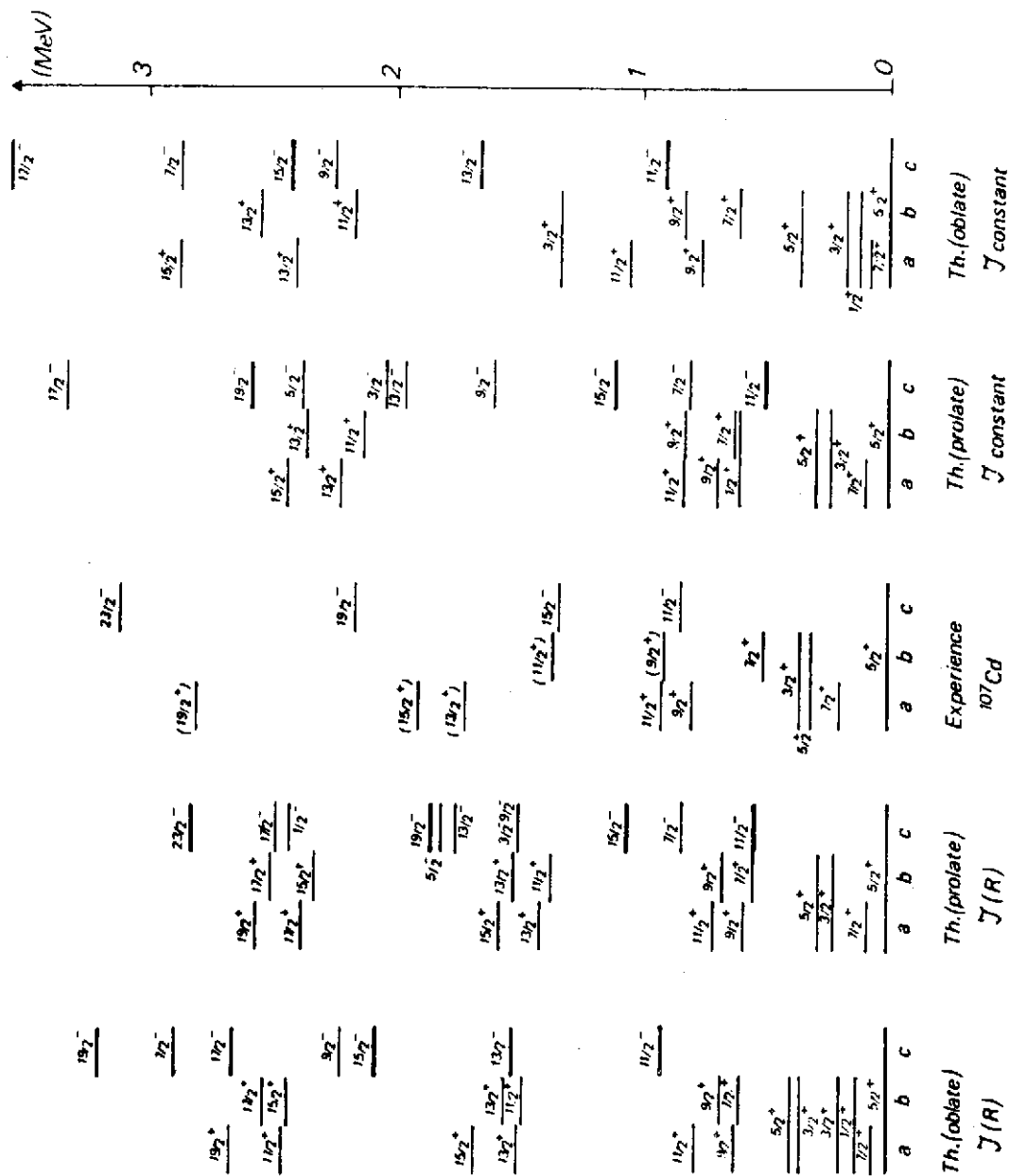


Figure 54 : Schémas de niveaux calculés, concernant le système $^{106}\text{Cd} + qp$ et schéma expérimental de ^{107}Cd .

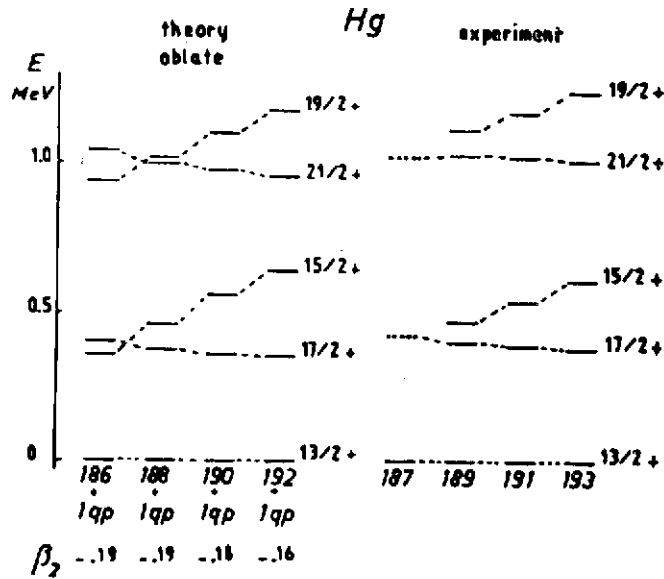


Figure 57 : Evolution expérimentale et théorique des niveaux de haut spin $\geq 13/2$ pour quelques noyaux de mercure déficients en neutrons. Les résultats théoriques sont obtenus en couplant une quasi-particule de neutron au coeur pair-pair de Hg dans sa solution d'équilibre de forme faiblement aplatie.

Toujours pour les neutrons impairs, les calculs rotor+lqp permettent de conclure que le noyau ^{185}Pt est allongé tandis que le noyau ^{187}Pt est aplati par la reproduction, à partir des solutions aplatie et allongée des coeurs $^{184-186-188}\text{Pt}$, des bandes $\Delta I = 1$ et $\Delta I = 2$ respectivement (voir figure 58).

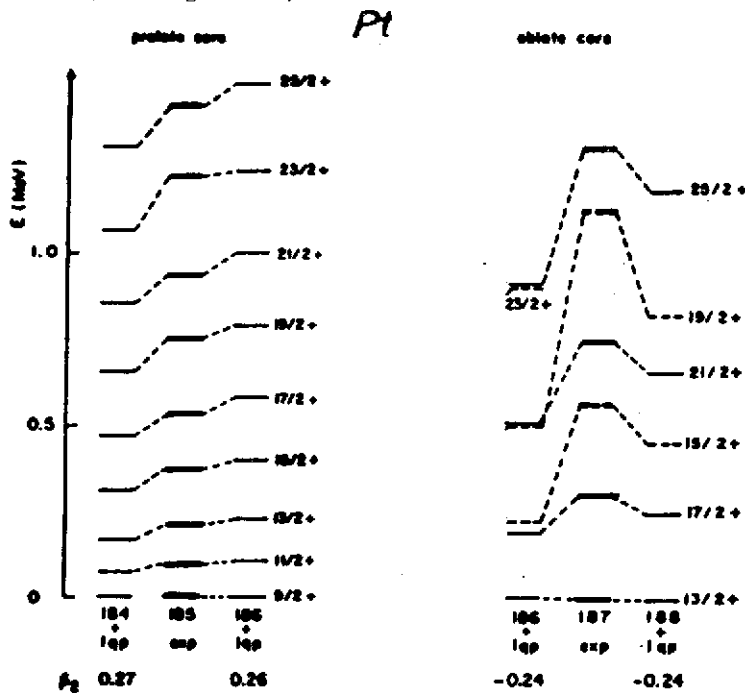


Figure 58 : Etats de haut spin expérimentaux de $^{185,187}\text{Pt}$ comparés à ceux obtenus en couplant lqp de neutron aux coeurs pair-pairs de $^{184,186}\text{Pt}$ de forme allongée et de $^{186,188}\text{Pt}$ de forme aplatie.

Il ne faut pas croire que les seuls états de haut spin des noyaux impairs en neutrons soient bien retrouvés. Le même type de résultats est obtenu pour les noyaux impairs en protons, par exemple pour le noyau ^{185}Ir comme le démontre la figure 59 ¹⁶⁰⁻¹⁸³.

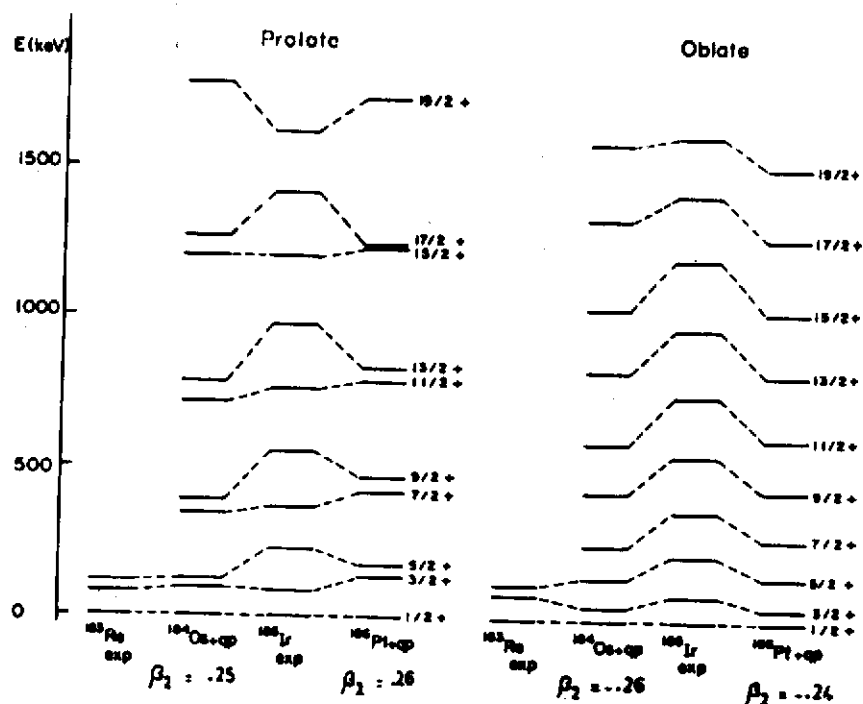


Figure 59 : Comparaison entre la bande $1/2^+$ présente expérimentalement dans le noyau ^{185}Ir et les résultats théoriques prédits en couplant une quasi-particule de proton aux coeurs pair-pairs d'Os et de Pt dans leurs solutions d'équilibre de forme allongée et aplatie.

Non seulement les schémas de niveaux sont prédits mais aussi les probabilités de transition E2, M1, les moments statiques magnétiques μ et quadrupolaires Q peuvent être calculés. L'accord obtenu entre valeurs expérimentales et calculées pour des noyaux de la région des actinides ¹⁵⁹ a confirmé la qualité et la richesse des fonctions d'onde individuelles délivrées par les calculs de champ moyen utilisant la force SIII.

2 - Cas des noyaux impair-impairs (Rotor + deux quasi-particules)

Formalisme

Les résultats satisfaisants obtenus pour le cas des noyaux A impairs et qui donnaient une bonne confirmation de la qualité des fonctions d'onde individuelles déterminées par C(HF + BCS) invitaient très naturellement à étendre l'approche au cas de 2 quasi-particules ^{156, 184-192} *. Pour le cas des noyaux impair-impairs l'hamiltonien total du système s'écrit :

$$H = H_{\text{rot}} + H_p + H_n + V_{pn}$$

* Par ailleurs le modèle de Nilsson tournant n'a produit que récemment des résultats sur les noyaux impair-impairs, et uniquement pour les noyaux bien déformés ¹⁹³.

avec

$$H_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}(R)} \frac{\vec{R}^2}{R^2}$$

R étant le moment angulaire du coeur,

H_p, H_n les hamiltoniens de qp indépendantes pour la solution d'équilibre HF, et V_{pn} le terme résiduel d'interaction proton-neutron.

On peut travailler sur la base standard déformée qui s'écrit^{191,192}:

$$|\alpha_n \alpha_p K_n K_p IMK\rangle = \left\{ \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} D_{MK}^I \chi_{\alpha_n K_n} \chi_{\alpha_p K_p} + \pi_n \pi_p (-)^{I+K} D_{M-K}^I \chi_{\alpha_n \overline{K_n}} \chi_{\alpha_p \overline{K_p}} \right\} >$$

où les états $\chi_{\alpha K}$ sont les fonctions d'onde à une quasi-particule caractérisées par la projection de leur moment angulaire total K et par d'autres nombres quantiques dont leur parité π_n ou π_p rassemblés sous la notation α , et $\chi_{\overline{\alpha K}}$ les états obtenus par renversement du temps. La projection de \vec{I} sur l'axe de symétrie du noyau K peut être choisie telle que $K \geq 0$ et peut prendre les deux valeurs suivantes :

$$K_> = |K_n| + |K_p|$$

$$K_< = ||K_n| - |K_p||$$

Par exemple dans le noyau ^{166}Ho interviennent les couches $7/2^- [532]_p$ et $1/2^- [521]_n$ avec la notation $K [N n_z \Lambda]$ usuelle. On obtient donc un doublet $K_>=4$ et $K_<=3$.

Pour tenir compte de la dépendance en R des moments d'inertie \mathcal{J} , il faut utiliser une base quasi-sphérique généralisée $|\beta j_n j_p JRIM\rangle$ où \vec{R} le moment angulaire du coeur et \vec{J} le moment total des particules ($\vec{J} = \vec{j}_p + \vec{j}_n$) sont diagonaux. Sur cette base quasi-sphérique un état de la base standard se décompose ainsi :

$$|\alpha_n \alpha_p K_n K_p IMK\rangle = \sqrt{2} \sum_{j_n} \sum_{j_p} \sum_{J=j_n-j_p}^{j_n+j_p} \sum_{R=|J-I|}^{J+I} C_{\alpha_n K_n}^{(nlj)_n} C_{\alpha_p K_p}^{(nlj)_p}$$

$$\sqrt{\frac{2R+1}{2I+1}} \langle j_n K_n j_p K_p | J K_n + K_p \rangle \langle J K_n + K_p R 0 | I K_n + K_p \rangle | (nl)_n (nl)_p j_n j_p JRIM \rangle$$

Les coefficients $C_{\alpha_n K_n}^{(nlj)_n}$ et $C_{\alpha_p K_p}^{(nlj)_p}$ qui résultent du calcul variationnel sont les

coefficients du développement des états déformés HF de neutron et proton sur la base sphérique (en fait ils proviennent du produit des coefficients g_{α}^i du développement sur la base d'oscillateur harmonique déformé $|i\rangle$ à symétrie axiale des états HF $|\alpha K_{\alpha}\rangle$ déformés et des coefficients T du développement des états d'oscillateur déformé sur la base sphérique $|n\ell j_{\alpha} K_{\alpha}\rangle$).

$$|\alpha K_{\alpha}\rangle = \sum_i g_{\alpha}^i |i\rangle$$

$$\begin{aligned} |\alpha K_{\alpha}\rangle &= \sum_i g_{\alpha}^i \sum_{n\ell j} T(n\ell j K, i) |n\ell j_{\alpha} K_{\alpha}\rangle \\ &= \sum_{n\ell j \alpha} C_{\alpha, K_{\alpha}}^{(n\ell j \alpha)} |n\ell j_{\alpha} K_{\alpha}\rangle \end{aligned}$$

Les hypothèses de base sont identiques à celles du modèle rotor + lqp.

L'interaction résiduelle proton-neutron V_{pn} entre les deux particules de valence n'est rien autre que l'interaction effective de Skyrme qui a servi à définir les hamiltoniens de quasi-particules. Détaillons ce point^{191, 192}. Dans le cadre de cette approche du champ moyen HF + BCS, l'Hamiltonien microscopique décrivant un système de A particules en interaction

$$H = \sum_{ij} \langle i | T | j \rangle a_i^+ a_j + 1/4 \sum_{ijkl} \langle ij | V_{\text{eff}} | k\ell \rangle a_i^+ a_j^+ a_l a_k$$

est équivalent à :

$$H = E_{\text{BCS}} + \sum_{\alpha} E_{\text{qp}}(\alpha) \eta_{\alpha}^+ \eta_{\alpha} + V_{\text{resid}}$$

où les $\eta_{\alpha}^+, \eta_{\alpha}$ sont des opérateurs de quasi-particules.

Dans la base des états à une quasi-particule neutron et à une quasi-particule proton, la matrice d'énergie s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle \text{BCS } \eta_{p'} \eta_{n'} | H | \eta_n^+ \eta_p^+ \text{BCS} \rangle &= \delta_{n, n'} \delta_{p, p'} [E_{\text{BCS}} + E_{\text{qp}}(n) + E_{\text{qp}}(p)] \\ + \langle n' p' | V_{\text{eff}} | np \rangle & (u_n u_{n'} u_p u_{p'} + v_n v_{n'} v_p v_{p'}) \\ - \langle n' \bar{p} | V_{\text{eff}} | n \bar{p}' \rangle & (u_n u_{n'} v_p v_{p'} + v_n v_{n'} u_p u_{p'}) \end{aligned}$$

L'hamiltonien du noyau impair-impair est donc à cette approximation la somme de l'énergie du coeur pair et d'un Hamiltonien de quasi-particules indépendante de proton et neutron externes, à laquelle est ajoutée une contribution due à l'interaction neutron-proton.

L'état $|BCS\rangle$ décrit le coeur dans son état intrinsèque, c'est-à-dire comme un mélange d'états de bon moment angulaire. Si on veut tenir compte de chacun des membres de la bande rotationnelle inclus dans cet état intrinsèque, on doit projeter cet état $|BCS\rangle$ sur des états normalisés de bon moment angulaire R , ayant une énergie $E(R)$ qu'on peut toujours mettre sous la forme $[\hbar^2/2\mathcal{J}(R)] R(R+1)$ où $\mathcal{J}(R)$ est un moment d'inertie variable.

On a :

$$|BCS\rangle = \sum_{\substack{R=0 \\ R \text{ pair}}} \langle R|BCS\rangle |R\rangle$$

et

$$E_{BCS} = \langle BCS|H|BCS\rangle = \sum_{\substack{R=0 \\ R \text{ pair}}} \langle R|BCS\rangle^2 [\hbar^2/2\mathcal{J}(R)] R(R+1)$$

L'énergie E_{BCS} est donc une valeur moyenne sur la bande rotationnelle du Hamiltonien collectif H_{coll} . L'approximation retenue ici consiste à remplacer dans l'opérateur Hamiltonien, la valeur moyenne E_{BCS} par l'opérateur H_{coll} particulier, à savoir l'opérateur énergie cinétique de rotation du coeur avec moment d'inertie variable.

Dans cette approximation le noyau impair-impair apparaît comme un coeur déformé décrit par l'hamiltonien collectif plus une quasi-particule neutron et une quasi-particule proton en interaction

$$H = H_{coll} + \sum_{\alpha} E_{qp}(\alpha) \eta_{\alpha}^{+} \eta_{\alpha} + V_{resid}$$

Interaction résiduelle proton-neutron

Il faut tout d'abord noter que l'adjonction de V_{pn} peut mélanger les parités des états à lqp neutrons et protons. Pour la parité globale positive, on peut voir $\pi_n = \pi_p = +1$ aussi bien que $\pi_n = \pi_p = -1$ et pour la parité globale négative $\pi_n = -\pi_p = \pm 1$.

Avant de diagonaliser l'hamiltonien total sur l'une des deux bases choisies, il convient de calculer les éléments de matrice V_{pn} entre des états HF déformés de protons $|p\rangle$ et de neutrons $|n\rangle$ pour la force N-N effective choisie. On peut tester les éléments diagonaux de la matrice hamiltonienne dans la base standard en négligeant les fonctions

d'appariement et dans le cas d'un couplage de Coriolis pratiquement nul. En effet la différence des énergies des têtes de bandes rotationnelles E_{GM} d'un doublet $K_>$ et $K_<$ issu d'une même paire d'états $\chi_{\alpha K_n}$, $\chi_{\alpha K_p}$ pour le cas $K \neq 0$ qu'on appelle énergie de Gallagher-

Moszkowski est reliée aux éléments de matrice de V_{pn} :

$$\begin{aligned} E_{GM} &= \langle K_< | H | K_< \rangle - \langle K_> | H | K_> \rangle = E_{K_<} - E_{K_>} \\ &= \langle n\bar{p} | V_{pn} | n\bar{p} \rangle - \langle np | V_{pn} | np \rangle \end{aligned}$$

avec les notations condensées

$$|K_>\rangle = |IMK_>\rangle, |K_<\rangle = |IMK_<\rangle$$

et

$$|np\rangle = |\chi_{\alpha K_n} \chi_{\alpha K_p}\rangle$$

pour les états HF déformés.

Dans la référence 185 les auteurs ont extrait de façon semi-empirique les énergies E_{GM} correspondants à une cinquantaine de doublets expérimentaux (sous les hypothèses simplificatrices précédentes) dans la région des Terres rares. Dans les références 191-192 les différences E_{GM} ont été calculées à partir des états Hartree-Fock déformés. Les résultats sont présentés sur la figure 60. Choissant des états de base $\chi_{\alpha K}$ avec $K_n > 0$ et $K_p > 0$ les valeurs "semi expérimentales" E_{GM} de la référence 185 ont été corrélées avec la quantité $|\Sigma_n - \Sigma_p|$ où Σ est la valeur moyenne dans les états n et p correspondants de la 3ème composante du spin. Ceci a permis de confirmer théoriquement la règle empirique de Gallagher-Moszkowski* qui se fondait sur des assignations asymptotiques assez souvent controversées.

*

Il est bon de rappeler cette règle empirique :

Si les spins proton et neutron sont anti-alignés l'état fondamental a pour moment angulaire I la valeur la plus basse $K_<$

$$I = K_< = ||K_n| - |K_p|| \quad \text{si } K_n = \Lambda_n \pm 1/2 \quad \text{et } K_p = \Lambda_p \mp 1/2$$

Si les spins proton et neutron sont alignés, il possède le moment $I = K_>$

$$I = K_> = |K_n| + |K_p| \quad \text{si } K_n = \Lambda_n \pm 1/2 \quad \text{et } K_p = \Lambda_p \pm 1/2$$

Avec la définition de E_{GM} , cela revient à écrire :

$$E_{GM} < 0 \quad \text{si les spins proton et neutron sont anti-alignés soit } |\Sigma_n - \Sigma_p| = 1$$

$$E_{GM} > 0 \quad \text{si les spins proton et neutron sont alignés soit } |\Sigma_n - \Sigma_p| = 0$$

Par exemple dans le cas de ^{166}Ho :

$$\begin{array}{llll} 7/2^- [532]_p & K_p = 7/2 & \Lambda_p = 3 & \Sigma_p = 1/2 \\ 1/2^- [521]_n & K_n = 1/2 & \Lambda_n = 1 & \Sigma_n = -1/2 \end{array}$$

Les spins proton et neutron sont anti-alignés, $E_{GM} < 0$ donc l'état fondamental a pour spin $I = K_< = 3$.

Du côté des configurations avec $|\Sigma_n - \Sigma_p| \lesssim 1/2$ les valeurs propres pour l'énergie E_{GM} sont reproduites généralement très bien quantitativement. L'accord est légèrement de moins bonne qualité pour les configurations anti-parallèles avec $|\Sigma_n - \Sigma_p| \sim 1$.

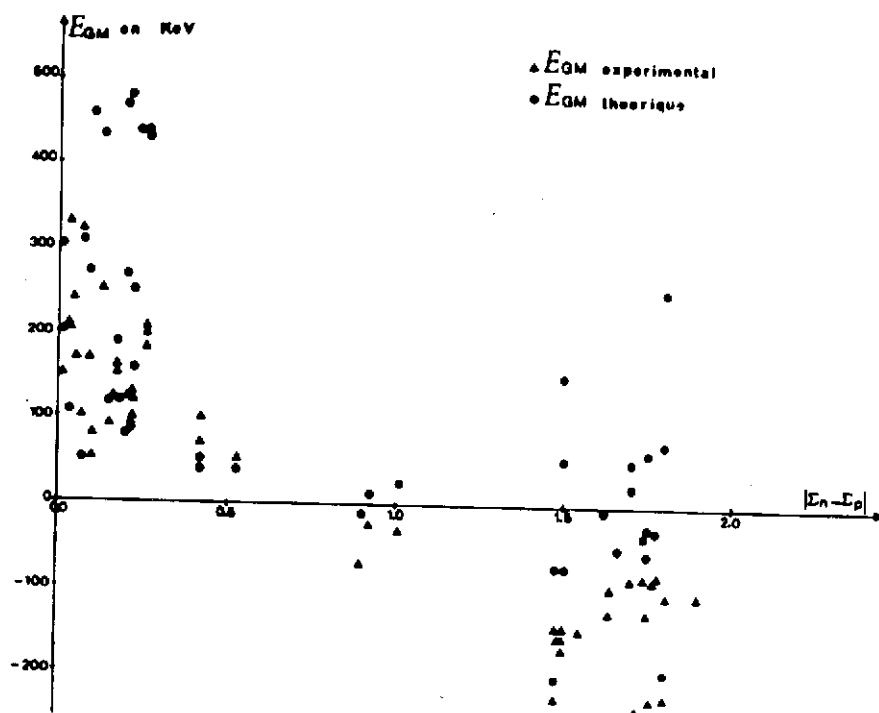


Figure 60 : Comparaison entre les énergies E_{GM} (correspondant aux éléments de Gallagher-Mozkowsky) tirées de l'expérience et théoriques en fonction de la quantité $|\Sigma_n - \Sigma_p|$.

Illustration de ces concepts ; résultats

Si le type d'approche n'a pas été encore appliqué à des noyaux "exotiques" donnons déjà les résultats préliminaires obtenus sur le ^{238}Np noyau bien déformé calculé à partir des quatre coeurs adjacents $^{191,192}\text{U}$ et $^{236-238}\text{U}$ et $^{238-240}\text{Pu}$. La figure 61 présente la comparaison de 0 à 500KeV entre les bandes expérimentales et théoriques obtenues à partir du coeur ^{238}Pu pour lequel le meilleur accord est obtenu. Le coeur ^{240}Pu conduit à un accord expérience-théorie équivalent à celui-ci. Quant aux calculs avec les coeurs $^{236-238}\text{U}$, ils fournissent les mêmes bandes mais avec des perturbations sur l'ordre relatif des têtes de bandes. Pour chaque couple d'états de proton et de neutron, un doublet K_+ et K_- est obtenu. A droite de chacune des bandes expérimentales, la figure présente une bande théorique "Th1" correspondant au calcul sans contribution V_{pn} puis une bande théorique "Th2" correspondant au calcul incluant les contributions diagonales de V_{pn} .

- Les 8 bandes correspondantes aux 4 doublets $K^\pi = 2^+$ et 3^+ , 2^- et 3^- , 0^+ et 5^+ , 0^- et 5^- sont retrouvées avec les bons écarts en énergie entre les différents états dans chacune des bandes.

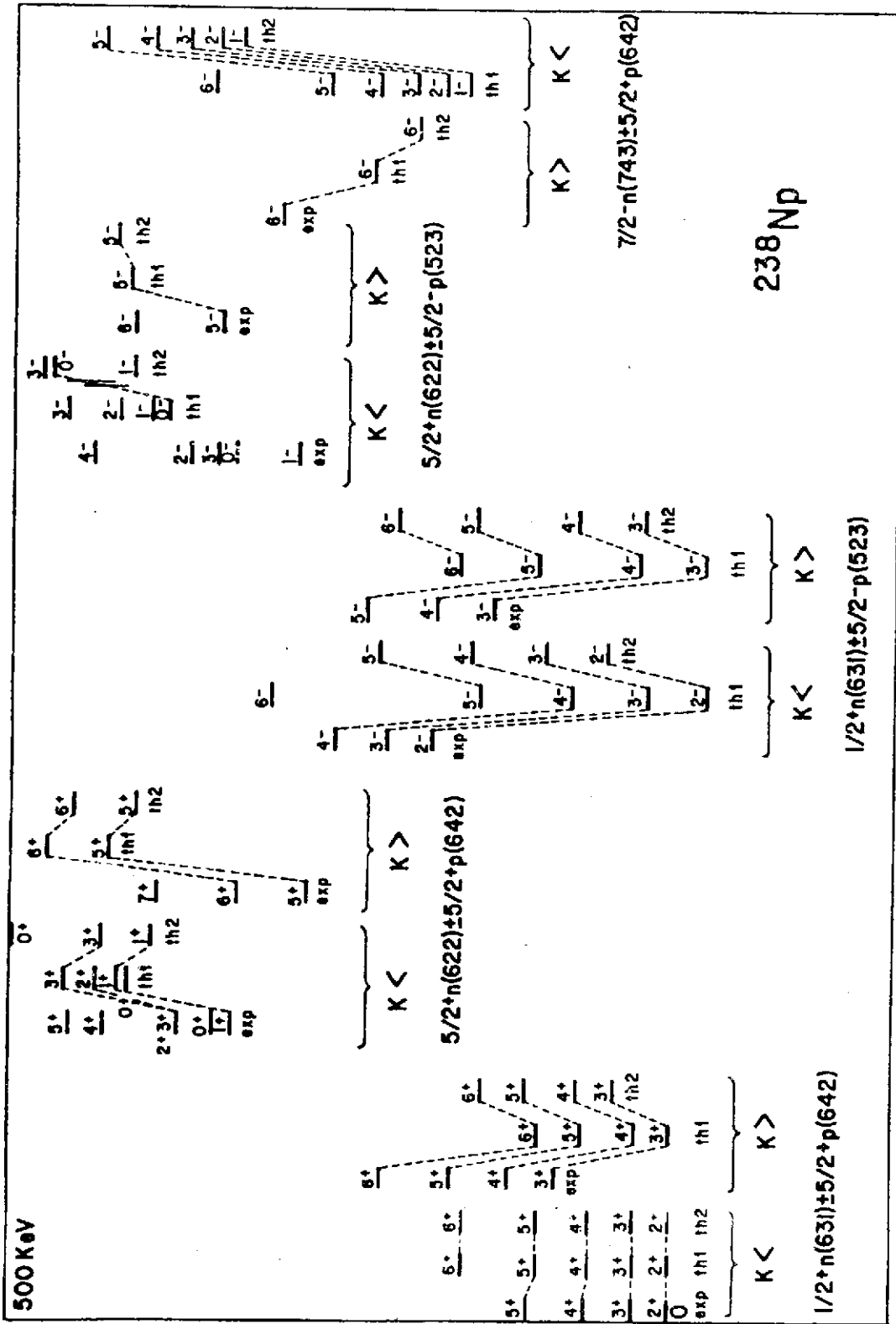


Figure 61 : Comparaison entre les schémas de niveaux expérimentaux et théoriques du noyau ^{238}Np .

- Le doublet 2^- et 6^- est de plus prédit pour lequel seule la tête de bande 6^- a été observée.

- Pour ces bandes qui s'avèrent pures, l'écart d'énergie des têtes de bande $K_>$ et $K_<$ d'un même doublet n'est lié qu'à l'interaction résiduelle proton-neutron V_{pn} . Si le désaccord avec l'expérience sur cet écart, pour certaines bandes, peut être de l'ordre de 200 KeV dans les calculs sans V_{pn} , le fait saillant de ces résultats est que l'adjonction du V_{pn} diagonal bâti à partir de l'interaction de Skyrme III conduit à un déplacement en énergie des têtes de bande dans le bon sens et avec le bon ordre de grandeur ; le résultat obtenu pour le doublet $\frac{5}{2}^+ n$ [622] $\frac{5}{2}^- p$ [523] est particulièrement significatif des possibilités et des limitations de notre approche. L'adjonction des termes V_{pn} diagonaux conduit à une parfaite reproduction de la séquence perturbée de spins (1^- , 0^- , 3^- , 2^- , 4^-) pour la bande $K_<$. Mais toute cette structure ainsi que l'écartement correct des bandes $K_<$ et $K_>$ est obtenue à une énergie (relative au fondamental) trop haute d'environ 300 KeV. Ceci confirme la validité de nos fonctions d'onde et la relative imprécision (quelques centaines de KeV) de nos énergies de quasi-particules.

Les premiers résultats obtenus dans le cadre de l'approche microscopique du rotor + deux quasi-particules montrent que ce modèle peut "guider" l'expérimentateur car il permet de confirmer des assignations, éventuellement d'en prédire d'autres et de signer le caractère vibrationnel de certaines bandes expérimentales non reproduites par les calculs. Il faut se rappeler qu'il s'agit d'un modèle microscopique sans aucun paramètre ajustable ayant comme point de départ une interaction nucléon-nucléon donnée : l'accord obtenu avec les données de l'expérience est d'autant plus significatif. Cependant avant de conclure sur la valeur de prédiction du modèle, il faudra effectuer des calculs de ce type de manière systématique, en incluant de plus les contributions non diagonales de V_{pn} .

Dans le cadre de l'hypothèse rotationnelle utilisée pour décrire la dynamique du coeur, le modèle rotor + 1 ou 2 qp a permis de démontrer la qualité des fonctions d'ondes intrinsèques délivrées par les calculs HF utilisant l'interaction effective nucléon-nucléon de Skyrme III.

Pour lever la restriction d'un coeur purement rotationnel, il faudrait coupler des états de quasi-particules à des solutions non triviales de l'Hamiltonien collectif de Bohr (voir figure 62).

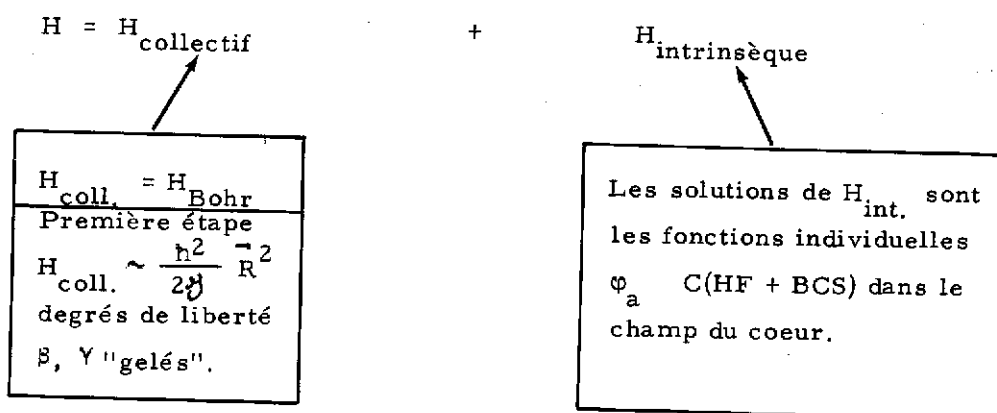


Figure 62 : Représentation schématique des diverses étapes du couplage excitations collectives et intrinsèques.

CHAPITRE V

PERSPECTIVES ET CONCLUSIONS

I - DIRECTIONS PREVISIBLES DES RECHERCHES EXPERIMENTALES CONCERNANT LES NOYAUX "EXOTIQUES"

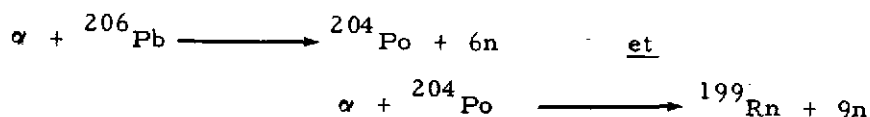
Dans le chapitre I nous avons présenté quelques phénomènes marquants des études de structure à basse énergie des noyaux "exotiques". Voyons maintenant ce que pourrait être le futur expérimental de telles recherches. Pour certaines questions abordées ici on pourra se reporter à la référence 25.

1 - Les moyens

Pour produire des noyaux "exotiques", les nouvelles technologies (séparation en ligne et sources d'ions, cibles radioactives, accélérateurs actuels et faisceaux exotiques) permettront dans un proche avenir de s'éloigner encore plus de la vallée de stabilité^{194,195}.

a) Cibles radioactives

En ce qui concerne les courtes périodes, on sait réaliser une production "in situ" par stockage dans la cible : on parle de cible radioactive. On peut envisager, par exemple, d'atteindre le ¹⁹⁹Rn par double réaction, par l'intermédiaire de la cible ²⁰⁴Po :



b) Faisceaux exotiques

Entre 10 MeV et 1 GeV/nucléon, les nouveaux accélérateurs mis en marche permettront de produire plus facilement les noyaux "exotiques". Par exemple, à GANIL, les réactions de fragmentation du projectile ("quasi-projectile") seront favorisées : en bombardant une cible de ⁵⁸Ni par des ⁴⁰Ar de 40 MeV/nucléon, on produit le noyau ³⁶Cl ainsi que des noyaux ayant $10 \leq Z \leq 15$.¹⁷

- Des faisceaux radioactifs¹⁹⁴ seront fabriqués par fragmentation du projectile (ligne LISE de GANIL). Au CERN déjà la réaction ¹⁸O + ²⁷Al a fourni des fragments ¹⁷N de

4,17 s de période avec un rapport d'intensité de 10^{-4} ; ce faisceau secondaire de ^{17}N , émis surtout à 0° et qui possède une vitesse sensiblement égale à celle du projectile, est sélectionné puis envoyé sur une cible secondaire. Par réaction de fusion, au sein de cette réaction secondaire, des noyaux très exotiques sont formés. On peut rêver d'atteindre par une telle méthode le noyau ^{100}Sn avec un faisceau secondaire de ^{36}Ca :



- Le développement de sources d'ions (de type Geller à SARA par exemple) permettra de délivrer des faisceaux d'ions lourds à la fois intenses et très épluchés donc énergétiques ¹⁹⁵.

c) Techniques de séparation en ligne et du jet de gaz

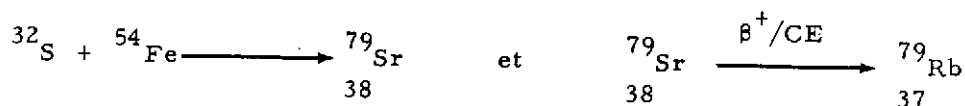
- Les nouvelles sources d'ions comme les sources à haute température permettront de produire un plus large spectre de noyaux "exotiques".

- L'adaptation en ligne de spectrographe à électrons directement couplé au séparateur d'isotopes donne la possibilité d'atteindre spins et parités dans les cas difficiles (par exemple le spectrographe à 180° d'ISOCELE ¹⁹⁶).

- La méthode de ralentissement et de transport des noyaux de recul par la technique du jet de gaz (jet d'He) devrait aussi faciliter l'étude de la spectroscopie de basse énergie des noyaux "exotiques" de courte durée de vie ^{197, 198}. En effet, le temps d'extraction des noyaux de recul arrêtés dans le piège ("catcher") avant d'être ionisés puis séparés est assez long surtout pour des réfractaires. L'utilisation d'un aérosol sous pression de gaz permet

- de thermaliser les noyaux qui vont s'implanter moins profondément dans le piège et

- de travailler avec le séparateur d'isotopes, loin de la cible, c'est-à-dire dans une zone à bas bruit de fond. C'est cette technique de couplage jet d'Hélium et séparateur qui est mis en oeuvre actuellement sur SARA (voir figure 63). Notons que cette méthode du jet d'Hélium a été largement utilisée avec des faisceaux d'ions lourds en remplaçant la séparation en ligne par une identification par temps de vol. Par exemple au CEV Alice la spectroscopie du ^{79}Rb a été effectuée en réalisant la réaction de fusion ¹⁹⁹ :



S. Della Negra détaille cette technique et ses applications dans son cours complémentaire sur le jet d'Hélium.

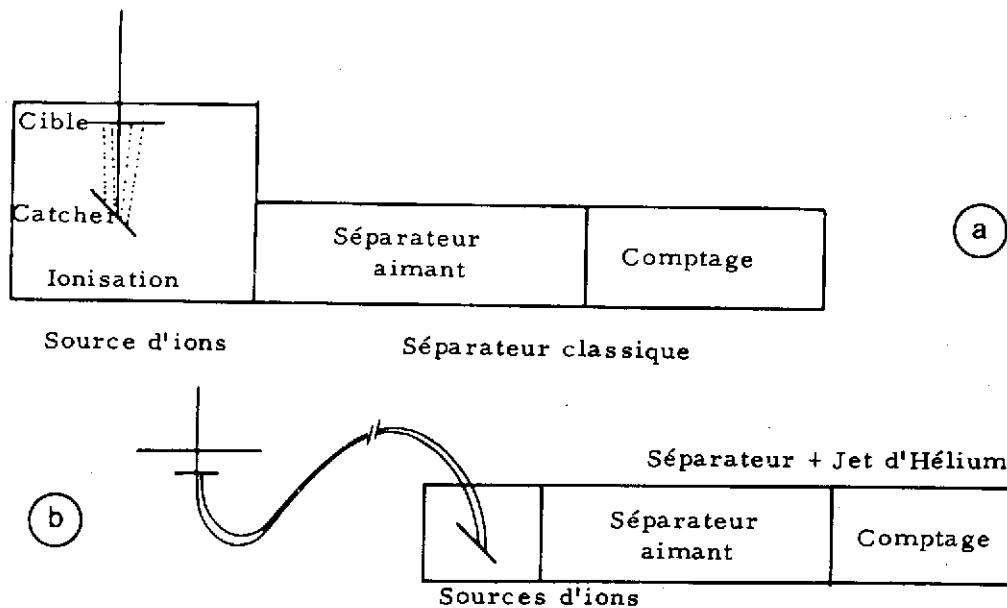


Figure 63 : Représentation schématique du fonctionnement d'un séparateur "classique" avec (b) et sans (a) couplage à un système jet d'hélium.

2 - La méthodologie et les effets à rechercher

1) La nécessité absolue de "ratisser large" pour trouver la "perle fine" est clairement démontrée. Il faut effectuer de larges systématiques en Z (comme les séries isotopiques de Na, Rb) ou en N (série d'isotones $N=60$) pour dépister des effets structuraux. Souvenons nous que l'observation de la coexistence de forme dans les Hg très déficients en neutrons ou des modes de couplage dans les noyaux impairs et impair-impairs n'a été réalisée qu'après plusieurs années d'accumulation de données sur toute une chaîne d'isotopes.

2) De nouvelles zones de déformation peuvent apparaître loin de la vallée de stabilité. On peut même se demander si des déformations extrêmes comparables à celles des isomères de fission $\beta_2 \sim 0.6$ ne seront pas mises en évidence. Les effets de couches obtenues seront-ils différents ou semblables quantitativement à ceux déjà observés ?

3) L'étude des effets liés à l'isospin pourra être étendue aux noyaux lourds $N=Z$ tels que ^{100}Sn . Dans de tels noyaux la partie de la force brisant la symétrie isobarique (indépendance de charge ou symétrie par rotation dans l'espace d'isospin) c'est-à-dire l'interaction de Coulomb, joue un rôle beaucoup plus important que dans les noyaux légers. L'existence de multiplets isobariques bien définis dans les noyaux lourds indique déjà que l'interaction de Coulomb ne semble pas capable de violer fortement cette symétrie²⁰⁰. Des études plus précises et plus étendues cependant permettraient d'affiner de telles conclusions.

4) Le phénomène de coexistence de forme et de bifurcation mis en évidence dans la région des Hg-Au-Pt est suffisamment général et important pour être recherché ailleurs dans la table des noyaux.

5) L'étude des noyaux impair-impairs au sein de longues systématiques devrait permettre de mieux connaître l'interaction n-p et les modes de couplage avec le coeur.

6) En dehors des trois types de radioactivité classiques à savoir les désintégrations α , β et fission spontanée on a vu que la radioactivité proton p directe ainsi que les radioactivités retardées p, n, α , fission ont été récemment mises en évidence. Ces nouvelles formes de radioactivité devraient être à l'avenir extensivement recherchées et leurs propriétés mieux cernées. Actuellement les états peuplés sont souvent trop hauts (5-6 MeV) en énergie pour être étudiés mais on espère que la spectroscopie progressera pour pouvoir effectuer une analyse fine de ces états. Il demeure que la compréhension des mécanismes de ces radioactivités p directe, double émission de protons retardés, etc... est encore à acquérir.

Pour conclure ce paragraphe, ces études de noyaux "exotiques" débouchent de plus sur l'immense domaine de l'astrophysique ; certains problèmes des processus r et s de nucléosynthèse pourraient trouver une solution^{201, 202} : la recherche d'états isomériques de certains éléments, la mesure précise des masses des noyaux riches en neutrons ($N \approx 100$ pour interpréter la surabondance des terres rares), la connaissance des barrières de fission, des nombres magiques, des taux de fission (n, γ) sont autant de données importantes à ce sujet.

3 - Questions ouvertes, non résolues à ce jour

Enfin les questions non résolues à ce jour pour des noyaux "exotiques" connus et déjà étudiés sont nombreuses.

- Par exemple les états nucléaires bâtis sur les deux isomères de forme des noyaux flip-flap ne se mélangent pas fortement, même s'il n'y a pas de barrière énergétique importante entre les deux minima. Il faut donc que ces états soient très différents pour qu'il n'existe aucune liaison entre les membres des bandes des 2 formes hormis via les fondamentaux. C'est une question qui demeure en suspens.

De la même manière la stabilisation des formes d'équilibre triaxiales précises ($\gamma \neq 0 = \gamma_0$) mises en évidence avec succès par J. Meyer-ter-Vehn doit avoir une origine dynamique.

- Des transitions anormalement converties (very converted transitions VCT) ont été observées dans les noyaux de ¹⁸⁵Au, ¹⁸⁷Pt et Hg lourds ¹⁹⁶. Elles possèdent des coefficients

de conversion de 5 à 10 fois supérieures aux prédictions théoriques des valeurs M1. Ces transitions VCT sont soit des transitions anormalement converties M1, soit causées par l'existence d'un fort pourcentage de E0. La variation du rayon de charge entre états initial et final peut intervenir dans la valeur de E0. Ce phénomène de VCT est peut être lié à la coexistence de forme mais il n'y a pas encore d'explication claire car il y a seulement une transition anormale dans un noyau où toutes les autres sont normales.

Il convient maintenant de tracer quelques perspectives des études théoriques concernant les noyaux "exotiques".

II - DEVELOPPEMENT DES MODELES THEORIQUES ET PERSPECTIVES D'APPROCHES NOUVELLES

1 - Application systématique des modèles microscopiques actuellement disponibles

Les modèles microscopiques ont à l'heure actuelle atteint un haut niveau de confiance. Leur validité est clairement établie. Ils ont montré leur aptitude à décrire un large ensemble de propriétés des noyaux. L'obtention de courbes d'énergie potentielle de déformation apparaît à notre avis comme une donnée nouvelle essentielle. Il conviendra donc d'appliquer systématiquement aux futurs noyaux "exotiques" que l'on découvrira des calculs C (HFB) ou C(HF+BCS) et ATDHF pour la détermination de l'Hamiltonien de Bohr.

2 - Usage extensif de méthodes semi-classiques

Pour remplacer les longs et coûteux calculs CHF et obtenir en particulier les énergies de déformation, de nombreux schémas d'approximation ont été développés^{97, 203-207}. Nous ne citerons ici à titre d'exemple que le traitement semi-classique self-consistant pour la partie statique. Il est souvent inutile d'obtenir les A fonctions d'ondes individuelles φ_i comme cela est fait dans HF. Ce qui est important ce sont les propriétés globales liées à la matrice densité ρ . La matrice densité ρ peut s'écrire :

$$\rho = \tilde{\rho} + \delta\rho$$

où $\tilde{\rho}$ est une valeur moyenne globale et $\delta\rho$ une faible correction.

Le traitement semi-classique revient en gros pour calculer $\tilde{\rho}$ à ne garder dans le développement de ρ en puissance de \hbar que les premiers termes en \hbar^0, \hbar^2 et \hbar^4 de la série asymptotique. La figure 64 compare les valeurs de ρ (exacte) et $\tilde{\rho}$ (semi-classique) pour un oscillateur harmonique très déformé²⁰⁸. Cette matrice densité $\tilde{\rho}$ génère une énergie $E(\tilde{\rho})$ et l'énergie HF totale considérée comme une fonctionnelle $E(\rho)$ de la matrice densité ρ peut être développée autour de la valeur moyenne semi-classique $\tilde{\rho}$ de ρ :

$$E(\rho) = E(\tilde{\rho}) + \delta E$$

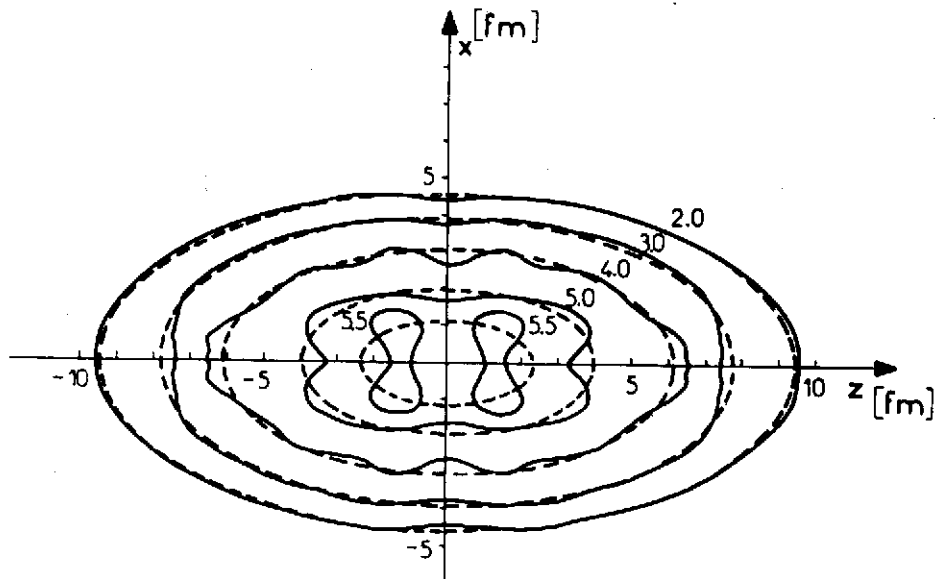


Figure 64 : Comparaison entre les densités d'un oscillateur déformé: calculées de manière exacte (en trait plein) et semi-classique (en pointillé). Il est clair que le traitement semi-classique "lave" les effets quantiques.

Le premier terme est l'approximation semi-classique de $E(\rho)$ et selon Strutinsky^{209-212, 126} représente l'énergie de goutte liquide. Le deuxième terme, qui n'est rien d'autre que le terme de correction de couches à la Strutinsky, est traité en perturbation.

Il faut se rappeler que le modèle de la goutte liquide donne l'essentiel de E en valeur absolue ($|E(\tilde{\rho})| \approx +1800$ MeV pour ^{240}Pu) et que les corrections de couches n'excèdent pas 1%.

Ainsi une façon économique pour calculer la courbe d'énergie de déformation CHF pour le ^{240}Pu est donc de calculer $E(\tilde{\rho})$ de manière semi-classique (temps de calcul 10 fois moins long) et en une itération de rajouter les effets de couches δE . C'est ce que représente la figure 65⁹⁷.

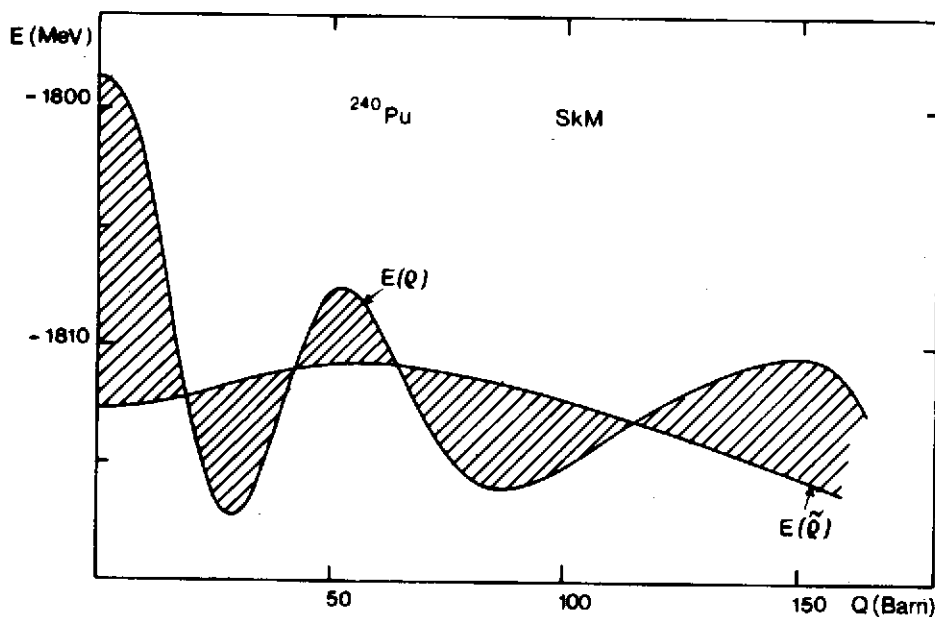


Figure 65 : Barrière de fission du ^{240}Pu en fonction du moment quadrupolaire Q de la distribution de masse, calculée avec la force SkM. La courbe $E(\rho)$ représente l'énergie semi-classique traitée de manière self-consistante. L'addition des corrections de couches (en hachuré) conduit à la couche finale $E(\rho)$.

3 - Amélioration de la force N-N effective

On ne connaît pas parfaitement la force N-N effective. Les résonances GT font intervenir le terme de spin-isospin dans la force N-N. En allant très loin de la vallée de stabilité on va varier très fortement l'isospin ce qui donnera des informations sur GT et réciproquement. La figure 66 montre que la validité d'une force effective ayant obtenu d'excellents résultats sur la ligne de stabilité (rayons, énergies de liaison, résonances géantes E1, E0, barrières de fission) s'avère moins bonne pour l'énergie de liaison du noyau exotique ^{132}Sn par exemple ⁹⁷.

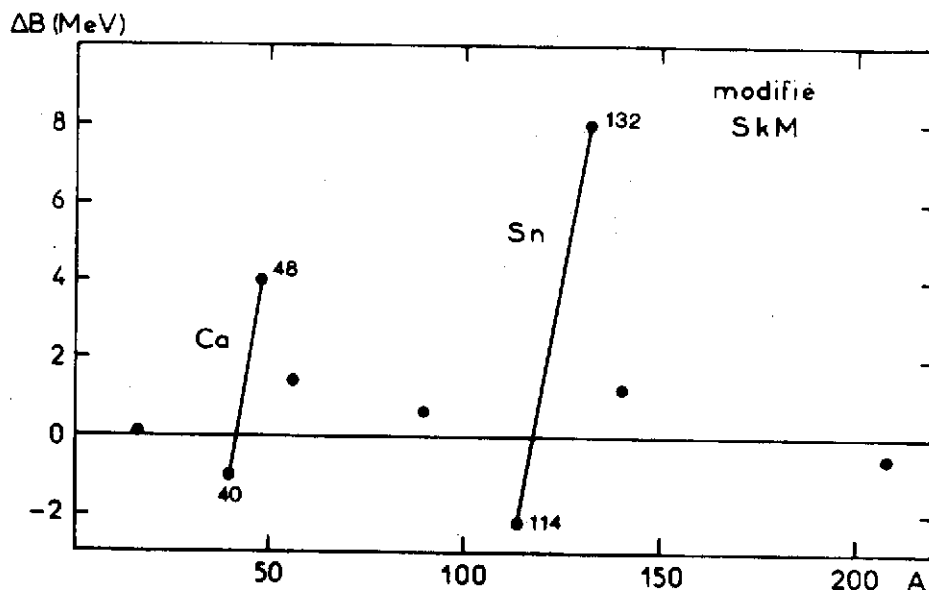


Figure 66 : Excès d'énergie de liaison ΔB obtenus pour la force de Skyrme modifiée SkM^* pour quelques noyaux sphériques et déformés : ^{16}O , $^{40,48}\text{Ca}$, ^{56}Ni , ^{90}Zr , $^{114,132}\text{Sn}$, ^{140}Ce et ^{208}Pb . Pour le noyau "exotique" ^{132}Sn le désaccord atteint 8 MeV.

III - CONCLUSIONS

Nous avons dressé un rapide bilan expérimental de la structure à basse énergie des noyaux "exotiques" en faisant ressortir quelques faits saillants. La nécessité de concepts théoriques est clairement apparue. Pour les noyaux exotiques, dans le cadre du problème à N corps, nous nous sommes appliqués à déterminer le champ moyen à partir d'une interaction effective nucléon-nucléon, type Skyrme ou D1.

Le champ statique a pu être testé directement par une comparaison avec l'expérience des propriétés globales (énergies de liaison, rayons carrés moyens, déformation, moments multipolaires statiques etc...). Les éléments de matrice neutron-proton ont été aussi comparés aux données expérimentales disponibles dans les noyaux impair-impairs (énergie des têtes de bandes).

Les modes collectifs ont été abordés en liaison avec la théorie du champ moyen et en particulier le mode de rotation. Dans le cas du mode quadrupolaire, l'hamiltonien général

de Bohr construit microscopiquement (essentiellement pour l'instant, les surfaces d'énergies dans le plan β - γ) a pu être résolu.

La problématique du couplage modes individuels-modes collectifs a été étudiée et les résultats confrontés aux données spectroscopiques des noyaux A impairs et impair-im-pairs.

Une esquisse du futur de cette discipline a été ébauchée, tant sur le plan expérimental que théorique.

En conclusion l'étude des noyaux "exotiques" en physique nucléaire est réellement un domaine en plein développement. Son avenir semble assuré pour les années à venir. Les retombées de ces recherches intéressent non seulement la physique nucléaire, mais aussi l'astrophysique et peut-être la physique des particules.

REMERCIEMENTS

Qu'il me soit permis de remercier Philippe QUENTIN sans qui ce cours n'aurait jamais vu le jour. Il est resté mon interlocuteur privilégié depuis plusieurs années. Ce cours résulte des discussions positives que nous avons eues et des travaux que nous avons effectués en collaboration. Il a bien voulu de plus critiquer mon manuscrit. Qu'il trouve ici la marque de mon amicale reconnaissance.

Sur le plan théorique je ne peux oublier mes amis Jean LIBERT et Leila BENNOUR avec qui j'ai cheminé pendant des années sur les mêmes sentiers. Leur aide a été déterminante pour l'élaboration de ce cours.

Pour moi, physique égale théorie et expérience. C'est pourquoi je tiens à remercier tous les membres du groupe expérimental SNIL de l'IPN Lyon, auquel j'appartiens, à savoir André CHARVET, Roger DUFFAIT, Roger EMSALLEM, Kristin DENEFFE, André PLANTIER et spécialement Robert BERAUD avec qui je travaille en symbiose depuis plus de quinze ans.

Que mes collègues expérimentateurs de l'ISN Grenoble, Janine GENEVEY, Jacqueline TREHERNE, Andrée GIZON, de l'IPN Orsay, Jocelyne SAUVAGE, Pierrette KILCHER, Brigitte ROUSIERE, Christian BOURGEOIS, du CSNSM, Chantal BRIANÇON, M. G. D. PORQUET trouvent ici l'expression de ma gratitude pour les échanges fructueux que nous avons toujours eus.

Enfin sans l'aide scientifique et morale de certains membres du Service de Physique Théorique de l'IPN Lyon, Edgard ELBAZ, Georges-Henri LAMOT, Claude FAYARD, Jean DELORME et plus particulièrement Jacques MEYER mon époux, je ne serais jamais parvenue à rédiger ce cours. C'est pour moi plus qu'un plaisir de les remercier.

Je suis très reconnaissante à Andrée DUCLOUX et Zlatko HERNAUS de l'IPN Lyon qui ont eu la délicate tâche de transformer avec efficacité et talent mes "notes" manuscrites en cours dactylographié et mes croquis en dessins et posters.

ANNEXE 1 INTERACTIONS NUCLEON-NUCLEON EFFECTIVES

- Interactions effectives de type Skyrme

La force de Skyrme la plus générale tenant compte des effets d'échange et utilisant un terme non linéaire dépendant de la densité s'écrit :

$$V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = t_0 (1+x_0 P_\sigma) \delta(\vec{r}) + \frac{1}{2} t_1 (1+x_1 P_\sigma) [\vec{P}^2 \delta(\vec{r}) + \delta(\vec{r}) \vec{P}^2] \\ + \frac{1}{2} t_2 (1+x_2 P_\sigma) \vec{P}' \cdot \delta(\vec{r}) \vec{P} + \frac{1}{6} t_3 (1+x_3 P_\sigma) \left[\rho \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) \right]^\alpha \delta(\vec{r}) + iW \vec{\sigma} \cdot [\vec{P}' \wedge \delta(\vec{r}) \vec{P}] \text{ avec} \\ \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \quad \vec{P} = \frac{1}{2i} (\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2), \quad \vec{P}' \text{ le complexe conjugué de } \vec{P} \text{ agissant à gauche,} \\ \vec{\sigma} = \vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2 \text{ et } P_\sigma = \frac{1}{2} (1 + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) \text{ où } \vec{\sigma}_i \text{ est une matrice de Pauli liée à la particule } i.$$

Dans la partie centrale, on reconnaît successivement un terme de contact, deux termes dépendant des vitesses et un quatrième terme dépendant de la densité ρ . Le dernier terme est un terme spin-orbite de contact. Il n'y a pas de terme tenseur. Pour le cas particulier de la force SIII où $x_3=1$ et $\alpha=1$, le terme dépendant de la densité s'exprime comme une interaction à trois corps de portée nulle.

Les paramètres des interactions de Skyrme utilisés sont les suivants :

$$x_1 = x_2 = 0$$

	t_0 MeV fm ³	t_1 MeV fm ⁵	t_2 MeV fm ⁵	α	x_0	x_3	t_3 (MeV fm ^{3+3\alpha})	W MeV fm ⁵
SIII	- 1128.75	395.	- 95.	1	0.45	1.	14000.	120
SkM	- 2645.	385.	- 120.	1/6	0.09	0.	15595.	130
SkM [*]	- 2645.	410.	- 135	1/6	0.09	0.	15595.	130

Les propriétés de la matière uniforme symétrique (E/A l'énergie de liaison par particule, K_F le moment de Fermi, K l'incompressibilité, m^*/m la masse effective) pour les interactions de Skyrme utilisées sont les suivantes :

	E/A (MeV)	K_F (fm ⁻¹)	K (MeV)	m^*/m
SIII	-15.85	1.29	355.7	0.763
SkM	-15.77	1.33	216.7	0.788
SkM [*]	-15.77	1.33	216.7	0.788

Le lecteur se reportera aux références 73, 213, 97 pour plus de détails sur les forces SHI, SkM, SkM*.

- Interaction effective de D. GOGNY

L'interaction de D. Gogny possède une partie centrale et une partie spin-orbite de contact. La partie centrale se sépare en deux parties : une, indépendante de la densité, composée de deux gaussiennes est inspirée des travaux de Brink et Boecker; l'autre dépend de la densité. Il n'y a pas de terme tenseur. Elle s'écrit :

$$V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{i=1,2} (W + B P_{\sigma} - H P_i - M P_{\sigma} P_i) e^{-r^2/\mu_i^2} \\ + t_0 (1 + \chi_0 P_{\sigma}) \left[\rho \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) \right]^{\alpha} \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + i W_{LS} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot (\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \frac{\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2}{|\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2|} \\ \text{avec } \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2.$$

Les paramètres de la force D1 de gogny sont les suivants :

	Portée _{fm}	W _{MeV}	B _{MeV}	H _{MeV}	M _{MeV}
i = 1	0.7 fm	- 402.4	- 100.0	- 496.2	- 23.56
i = 2	1.2 fm	- 21.3	- 11.77	37.27	- 68.81

$$\alpha = 1/3, \chi_0 = 1, W_{LS} = - 115 \text{ MeV}, t_0 = 1350 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^{3\alpha + 3}$$

Les propriétés de la matière nucléaire symétrique D1 sont les suivantes :

E/A (MeV)	K _F (fm ⁻¹)	K (MeV)	m*/m
- 16,32	1.35	228	0.67

Le lecteur se reportera aux références 69, 87 pour plus de détails sur les forces D1 et D'1.

ANNEXE 2

HAMILTONIEN DE HARTREE-FOCK

Quelques propriétés des traces :

$$\text{Tr} (A+B) = \text{Tr} A + \text{Tr} B$$

$$\text{Tr} (AB) = \text{Tr} (BA) \text{ même si } [A, B] \neq 0$$

Matrice densité à un corps :

$$\begin{aligned} \langle i | \rho | j \rangle &= \rho_{ij} = \langle \psi | a_j^\dagger a_i | \psi \rangle = \overline{a_j^\dagger} a_i = \delta_{ij} \quad \text{si } i \in F \\ &= 0 \quad \text{si } i \notin F \end{aligned}$$

$\rho^2 = \rho$ est une CNS pour que l'état représenté soit un déterminant de Slater (il n'y a pas de corrélations)

$$\rho = \sum_{\lambda \in F} | \lambda \rangle \langle \lambda |$$

$$\begin{aligned} \text{Tr} \rho &= \sum_m \langle m | \rho | m \rangle = \sum_m \langle \psi | a_m^\dagger a_m | \psi \rangle = \langle \psi | \sum_m a_m^\dagger a_m | \psi \rangle \\ &= \langle \psi | \mathcal{N} | \psi \rangle = A \text{ nombre de nucléons} \end{aligned}$$

Energie totale du système et hamiltonien de Hartree-Fock

$$H = \sum_{ij} \langle i | t | j \rangle a_i^\dagger a_j + \frac{1}{4} \sum_{ijkl} \langle ij | v | k\ell \rangle a_i^\dagger a_j^\dagger a_\ell a_k$$

= énergie cinétique + énergie d'interaction

$$= \sum_t t_i + \frac{1}{2} \sum v_{ij}$$

= opérateur à 1 corps + opérateur à 2 corps

$$E = \langle \psi | H | \psi \rangle = \sum_{ij} \langle i | t | j \rangle \langle \psi | a_i^\dagger a_j | \psi \rangle +$$

$$1/4 \sum_{ijkl} \langle ij | v | k\ell \rangle \langle \psi | a_i^\dagger a_j^\dagger a_\ell a_k | \psi \rangle$$

$$\langle \psi | H | \psi \rangle = \sum_{ij} \langle i | t | j \rangle \rho_{ji} + \frac{1}{2} \sum_{ijk\ell} \langle ij | v | k\ell \rangle \rho_{ki} \rho_{\ell j}$$

En écriture symbolique, où E est une fonctionnelle de ρ , on écrit :

$$E(\rho) = \text{Tr}(t\rho) + \frac{1}{2} \text{Tr} \text{Tr}(\rho \tilde{V} \rho) \text{ ou encore}$$

$$E(\rho) = \text{Tr}_1(t\rho_1) + \frac{1}{2} \text{Tr}_1 \text{Tr}_2(\rho_1 V_{(1,2)} \rho_2)$$

Vérifions rapidement cette égalité, en notant en particulier l'écriture du terme à deux corps qui s'exprime sous la forme d'un produit tensoriel d'opérateurs densité à un corps.

$$\begin{aligned} \sum_{ij} \langle i | t | j \rangle \rho_{ij} &= \sum_{ij} \langle i | t | j \rangle \langle j | \rho | i \rangle = \sum_i \langle i | t \left[\sum_j | j \rangle \langle j | \right] \rho | i \rangle \\ &= \sum_i \langle i | t \rho | i \rangle = \text{Tr} t \rho \\ \sum_{ijk\ell} \langle ij | v | k\ell \rangle \rho_{ki} \rho_{\ell j} &= \sum_{ijk\ell} \overbrace{\langle ij | v | k\ell \rangle}^2 \langle k | \rho_1 | i \rangle \langle \ell | \rho_2 | j \rangle \\ &= \sum_{ij\ell} \langle ij | v \rho_1 | i\ell \rangle \langle \ell | \rho_2 | j \rangle = \sum_{j\ell} \langle j | \text{Tr}(v \rho_1) | \ell \rangle \langle \ell | \rho_2 | j \rangle \\ &= \sum_j \langle j | (\text{Tr} \rho_1)_2 \rho_2 | j \rangle = \text{Tr}_1 \text{Tr}_2(\rho \tilde{V} \rho) \end{aligned}$$

En écriture symbolique, on tire l'hamiltonien à un corps de Hartree-Fock

$$h(\rho) = \frac{\partial E(\rho)}{\partial \rho} = t + \text{Tr}(V \rho) \quad \text{car}$$

on peut dériver sous symbole trace Tr ; et on obtient $\frac{1}{2} (\text{Tr} V \rho + \text{Tr} \rho V)$

Si l'interaction dépend de la densité, comme c'est le cas des forces effectives de type Skyrme, un terme supplémentaire apparaît :

$$h(\rho) = \frac{\partial E(\rho)}{\partial \rho} = t + \text{Tr}(V \rho) + \frac{1}{2} \text{Tr} \rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \rho$$

En écriture matricielle, il vient de manière analogue :

$$\frac{\partial E}{\partial \rho_{ji}} = \langle i | t | j \rangle + \sum_{k\ell} \langle i\ell | v | jk \rangle \rho_{k\ell} + \frac{1}{2} \sum_{mnk\ell} \langle k\ell | \frac{\partial V}{\partial \rho_{ji}} | mn \rangle \rho_{mk} \rho_{n\ell}$$

ANNEXE 3

APPROCHE THEORIQUE DU MOMENT D'INERTIE

Avant de dériver le modèle de Cranking¹¹⁸ du moment d'inertie, il convient de rappeler les notions phénoménologiques de fluide irrotationnel et de solide rigide ou "rigid-body".

\mathcal{J} irrotationnel - \mathcal{J} rigide

Une goutte liquide déformée peut tourner de plusieurs manières :

- comme un fluide irrotationnel, c'est-à-dire comme un fluide homogène, de densité constante, caractérisé seulement par ses coordonnées de forme. On rappelle que les écoulements de fluides pour lesquels le rotationnel du champ des vitesses est partout nul sont appelés écoulements irrotationnels (exemple : des fluides non visqueux rencontrent des obstacles sans qu'il existe des surfaces de discontinuité de pression, des ondes de choc). Ces hypothèses conduisent dans le cas quadrupolaire aux moments d'inertie classiques,

$$\mathcal{J}_k = 4B_2 \beta^2 \sin^2 \left(\gamma - k \frac{2\pi}{3} \right)$$

où $k=1, 2, 3$ désigne les trois axes d'inertie de la goutte déformée quadrupolaire (voir chapitre III, paragraphe 3). En cas de symétrie axiale,

$$\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2 = \mathcal{J} = 3B_2 \beta^2 \quad \text{soit} \quad \mathcal{J} = \mathcal{J}_{\text{irrotationnel}} = \frac{9}{8\pi} \text{AMR}_0^2 \beta^2$$

Les valeurs s'avèrent environ cinq fois trop petites comparées aux valeurs expérimentales dans les noyaux bien déformés

- comme un fluide où tous les nucléons sont figés et où le mouvement intrinsèque est indépendant du mouvement collectif; le moment d'inertie d'un tel noyau, tournant de manière rigide, appelé valeur de "rigid-body" s'écrit :

$$\mathcal{J}_{\text{rigide}} = M \sum_{i=1}^A \langle y_i^2 + z_i^2 \rangle = \frac{2}{5} \text{AMR}_0^2 (1 + 0,31\beta + \dots) \sim \frac{2}{5} \text{AMR}_0^2$$

Dans ce cas les valeurs de \mathcal{J} sont deux fois trop grandes.

\mathcal{J} Inglis (1954-1955) ou de "Cranking"

Dans un repère en rotation (un repère tournant) il apparaît, comme il est connu, un terme supplémentaire dans l'hamiltonien défini par rapport au repère fixe du laboratoire.

Soit un noyau déformé tournant avec la vitesse angulaire autour d'un de ses axes d'inertie $k=1$ et possédant la symétrie axiale autour de l'axe $k=3$. On cherche à décrire le noyau dans le système laboratoire fixe en choisissant par exemple l'axe 1 confondu avec l'axe fixe x

du repère fixe au temps t ; sa fonction d'onde dans ce repère fixe est notée $|\psi\rangle$ et l'hamiltonien correspondant H . La fonction d'onde du noyau $|\psi\rangle$ est solution de l'équation de Schrodinger dépendant du temps :

$$H|\psi\rangle = i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t}$$

Si le noyau effectue une rotation R_1 autour de l'axe 1, avec la vitesse ω il vient :

$$|\psi\rangle = R_1(\omega t) |\phi_\omega\rangle \quad \text{avec} \quad R_1(\omega t) = \exp(-iJ_1\omega t)$$

l'équation de Schrodinger se réécrit :

$$H R_1 |\phi_\omega\rangle = i\hbar \left(\frac{\partial R_1}{\partial t} |\phi_\omega\rangle + R_1 \frac{\partial |\phi_\omega\rangle}{\partial t} \right)$$

$$R_1^{-1} H R_1 |\phi_\omega\rangle = i\hbar \left(R_1^{-1} \frac{\partial R_1}{\partial t} |\phi_\omega\rangle + \frac{\partial |\phi_\omega\rangle}{\partial t} \right) = +\hbar\omega J_1 + i\hbar \frac{\partial |\phi_\omega\rangle}{\partial t}$$

car

$$i\hbar R_1^{-1} \frac{\partial R_1}{\partial t} |\phi_\omega\rangle = i\hbar \exp(+iJ_1\omega t) \exp(-iJ_1\omega t) (-i\omega J_1) = +\hbar\omega J_1$$

avec l'hamiltonien H invariant par rotation on obtient :

$$H = +\hbar\omega J_1 + H_\omega \quad \text{avec} \quad H_\omega |\phi_\omega\rangle = E_\omega |\phi_\omega\rangle \quad \text{soit}$$

$$H_\omega = H - \hbar\omega J_1$$

$$E = \langle \psi | H | \psi \rangle = \langle \phi_\omega | H | \phi_\omega \rangle = E_\omega + \hbar\omega \langle \phi_\omega | J_1 | \phi_\omega \rangle$$

L'hamiltonien H est aussi appelé le Routhian

On s'intéresse maintenant à l'hamiltonien à 1 corps H_0 du temps $H_0 = \sum_i t_i + u_i$ indépendant du temps et au repos $\omega = 0$ tel que $H_0 |\phi_0\rangle = E_0 |\phi_0\rangle$

Si le noyau effectue une rotation autour de l'axe 1, la quantité

$$E - E_0 = \frac{1}{2} \omega^2$$

est l'énergie d'excitation rotationnelle et on peut encore écrire :

$$H_\omega = H_0 - \hbar\omega J_1$$

Si ω est petit, on peut traiter le terme $\hbar\omega J_1$ en perturbation ; il vient ainsi pour la fonction d'onde :

$$|\phi_\omega\rangle = |\phi_0\rangle - \hbar\omega \sum_{\phi' \neq \phi_0} \frac{\langle \phi_0 | J_1 | \phi' \rangle}{E_0 - E'} |\phi'\rangle \quad \text{avec} \quad H_0 |\phi'\rangle = E' |\phi'\rangle$$

Sachant que $\langle \phi_0 | J_1 | \phi_0 \rangle = 0$

il vient :

$$\langle \phi_\omega | J_1 | \phi_\omega \rangle = 2\hbar\omega \sum_{\phi' \neq \phi_0} \frac{|\langle \phi' | J_1 | \phi_0 \rangle|^2}{E' - E_0}$$

En perturbation au 2ème ordre, l'énergie s'écrit :

$$E_w = E_0 - (\hbar\omega)^2 \sum_{\Phi' \neq \Phi_0} \frac{|\langle \Phi' | J_1 | \Phi_0 \rangle|^2}{E' - E_0}$$

or

$$E = E_w + \hbar\omega \langle \Phi_w | J_1 | \Phi_w \rangle = E_0 + (\hbar\omega)^2 \sum_{\Phi' \neq \Phi_0} \frac{|\langle \Phi' | J_1 | \Phi_0 \rangle|^2}{E' - E_0}$$

$$E = E_0 + 1/2 \mathcal{J} \omega^2 \quad \text{soit} \quad \mathcal{J} = 2\hbar^2 \sum_{\Phi' \neq \Phi_0} \frac{|\langle \Phi' | J_1 | \Phi_0 \rangle|^2}{E' - E_0}$$

On aurait pu noter que

$$\langle \Phi_w | \hbar J_1 | \Phi_w \rangle = \langle \psi | \hbar J_1 | \psi \rangle = \mathcal{J} \omega \quad \text{directement}$$

Le déterminant Φ' ne peut différer de Φ_0 que par un couple de particule-trou $|\Phi'\rangle = a_p^+ a_t |\Phi_0\rangle$.
 J_1 est la somme d'opérateurs à 1 corps j_1 , on obtient :

$$\mathcal{J}_{\text{Inglis}} = 2\hbar^2 \sum_{tp} \frac{|\langle p | j_1 | t \rangle|^2}{e_p - e_t}$$

où e_p et e_t sont états propres de $t + u$.

C'est la formule du "Cranking" dérivé par Inglis. Les valeurs obtenues en prenant pour l'oscillateur harmonique déformé type Nilsson sont inférieures aux valeurs expérimentales de 30 à 40 %

$$\mathcal{J}_{\text{irrotationnel}} < \mathcal{J}_{\text{Cranking}} < \mathcal{J}_{\text{rigide}}$$

Il est clair que l'on peut calculer le moment d'inertie donné par la formule d'Inglis à l'aide de fonctions d'onde $|p\rangle$ et $|t\rangle$ ainsi que des énergies propres e_p , e_t correspondantes extraites de calculs HFB ou HF + BCS, sphériques ou contraintes. On parlera alors de moment d'inertie de "Cranking" microscopique ; on réservera le qualificatif "self-consistent" aux corrections apportées par Thouless-Valatin.

BIBLIOGRAPHIE

Avant de donner la liste des références de ce cours, nous citons les ouvrages qui peuvent aider le lecteur pour l'approfondissement des divers chapitres. Les trois premières références figuraient dans la bibliographie préliminaire remise aux participants de l'Ecole.

M. A. PRESTON and R. K. BHADURI,
Structure of the Nucleus, Addison Wesley, Reading (1975). Part. II, chap. 7-10.

P. QUENTIN and H. FLOCARD,
Ann. Rev. Nucl. Part. Sci 28 (1978) 523.

Proceedings 4th Int. Conf. on Nuclei far from Stability, Helsingör (1981).
Vols 1-2. CERN Report 81-09.

P. RING and P. SCHUCK,
"The Nuclear Many-Body Problem",
Springer-Verlag New-York-Heidelberg-Berlin 1980.

A. BOHR and B. R. MOTTELSON,
Nuclear Structure Vol. I and Vol. II Benjamin New-york 1969 and 1975.

G. RIPKA et J. P. BLAIZOT,
"Cours de Physique Nucléaire Théorique" Tome 1,
Rapport CEA-N-2019, Division de Physique Théorique, 1978.

Proc. Int. Conf. on Nuclear Selfconsistent Fields, Trieste, 1975. G. Ripka and M. Porneuf,
Eds. North-Holland, Amsterdam, 1975.

G. E. BROWN,
"Unified Theory of Nuclear Models and Forces", North-Holland Publishing Company, 1971.

D. J. ROWE,
Nuclear Collective Motion, Methuen, London 1970.

J. M. HEISENBERG and W. GREINER,
"Nuclear Theory", Vol. 1 and 3 (Nuclear Models, Microscopic Theory of the Nucleus).
North-Holland Pub. Company, 1970-1973.

J. P. DAVIDSON,
Collective Models of the Nucleus, Academic, New York, 1968.

A. De SHALIT and H. FESHBACH,
Theoretical Nuclear Physics, Vol. I, Nuclear Structure, Wiley, New York, 1974.

REFERENCES

Les références qui comportent une astérisque sont en général des articles de revue.

- 1) A. BOHR,
Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 26 (1952) N°14.
- 2) P. MOLLER and J. R. NIX,
Nucl. Phys. A361 (1981) 117.
- 3) C. DETRAZ,
"Les réactions Nucléaires",
La Recherche N°56, mai 1975, vol. 6, p. 418.
- 4) N. ROWLEY,
"Nuclear Structure Studies with heavy-ion beams",
Phys. Bull. Vol. 34 (1983) 110.
- 5) M. LEFORT,
La Recherche N°145, juin 1983, vol. 14, p. 774 et références incluses.
- 6) "La Recherche en Physique Nucléaire", Editions du Seuil La Recherche 1983,
Collection Points Série Sciences S34.
- 7) E. K. HYDE,
The Nuclear Properties of Fission Phenomena,
The heavy elements vol. III, Englewood-Cliffs, 1964.
- 8) B. PFEIFFER, E. MONNAND, J. A. PINSTON, F. SCHUSSLER, G. JUNG,
J. MUNZEL and H. WOLLNIK,
référence 23, p. 423.
- 9) B. BOURGEOIS, M. G. DESTHULLIERS-PORQUET, P. KILCHER, B. ROUSIERE,
J. SAUVAGE-LETESSIER,
the ISOCELE Collaboration, référence 23, p. 618.
- 10) D. GUILLEMAUD, C. DETRAZ, M. LANGEVIN, F. NAULIN, M. EPHERRE,
R. KLAPISCH, M. de SAINT-SIMON, C. THIBAUT, F. TOUCHARD,
référence 23, p. 368.
- 11) R. BERAUD, J. TREHERNE, A. CHARVET, R. DUFFAIT, J. GENEVEY, A. GIZON,
J. GIZON and M. MEYER,
Zeit. für Phys. A299 (1981) 279, et
R. BERAUD, 7ème Session d'Etudes Biennale de Physique Nucléaire, Aussois
14-18 mars 1983, Lycen 8302, IPN Lyon, Conférence C-1.
- 12) H. MORINAGA and T. YAMAZAKI,
In-beam Gamma-Ray Spectroscopy,
Ed. by North-Holland Publishing Company Amsterdam 1976. (*)
- 13) R. KIRCHNER, O. KLEPPER, W. KURCEWICZ, E. ROECKL, N. KAFFRELL,
P. PENSER, K. RYKACZEWSKI, M. BERNAS, Ph. DESSAGNE and M. LANGEVIN,
à paraître dans Nucl. Phys. 83, et
M. BERNAS, 7ème Session d'Etudes Biennale de Physique Nucléaire, Aussois
14-18 mars 1983, Lycen 8302, IPN Lyon, Conférence C-2.

- 14) Nuclear Spectroscopy and Reactions A-B-C-D,
Ed. by J. Cerny Academic Press, New-York and London 1974. (*)
- 15) Techniques in Nuclear Structure Physics 1-2,
J. B. A. England, Ed. by Mac Millan Press LTD, 1974, London.
- 16) α - β and γ -ray spectroscopy in 2 volumes,
Ed. by KAI SIEG BAHN, North-Holland, Publ. Compagny Amsterdam, 1963,
3 rd rep 1974. (*)
- 17) Electromagnetic Interaction in Nuclear Spectroscopy,
Ed. by W. D. Hamilton, North-Holland Publ. Company Amsterdam 1975. (*)
- 18) J. TREHERNE, J. GENEVEY, A. GIZON, J. GIZON, R. BERAUD, A. CHARVET,
R. DUFFAIT, A. EMSALLEM and M. MEYER,
Zeit. für Phys., A309 (1982) 135.
- 19) R. BARCI, A. GIZON, J. CRAWFORD, J. GENEVEY, J. GIZON, A. PLÓCHOCKI,
référence 23, p. 478.
- 20) C. BOURGEOIS, M. G. DESTHULLIERS, P. KILCHER, J. LETESSIER, J. P. HUSSON,
the ISOCELE Collaboration ;
V. BERG, A. HOGLUND, A. HUCK, A. KNIPPER, C. RICHARD-SERRE,
C. SEBILLE-SCHUCK, the ISOLDE Collaboration ;
M. A. DELEPLANQUE, C. GERSCHEL, M. ISHIHARA, N. PERRIN, B. ADER,
référence 22, p. 456.
- 21) INTERNATIONAL Conference on Nuclei far from Stability,
Leysin 1970, Proceedings CERN 70-30 Geneva, 1170 p.
- 22) 3th International Conference on Nuclei far from Stability,
Cargèse (Corsica) 19-26 may 1976, Proceedings CERN 76-13 Geneva, 668 p. (*)
- 23) 4th International Conference on Nuclei far from Stability,
L. O. Skolen, Helsingør (Denmark) 7-13 june 1981, Proceedings Vol I et II,
Cern 81-09 Geneva. (*)
- 24) Comptes rendus de la 6ème Session d'Etudes Biennale de Physique Nucléaire
2-6 février 1981, LYCEN 8102, IPN Lyon.
C-7 A. KNIPPER,
C-8 H. LANGEVIN-JOLIOT. (*)
- 25) Future Directions in Studies of Nuclei far From Stability,
Ed. by J. H. Hamilton, E. H. Spejewski, C. R. Bingham, E. F. Zganjar, North-Holland
1980. (*)
- 26) H. L. RAVN,
Phys. Reports 54 (1979) 201-259. (*)
- 27) P. JACQUINOT and R. KLAPISCH,
Rep. Prog. in Physics 42 (1979) 773-832. (*)
- 28) P. G. HANSEN,
Ann. Rev. Nucl. Sciences 29 (1979) 369-408. (*)

- 29) R. KLAPISCH, C. THIBAUT, C. DETRAZ,
Phys. Rev. Lett. 20 (1968) 740.
- 30) C. DETRAZ et al.,
prétirage IPNO-DRE-82.14, Orsay 1982.
- 31) C. THIBAUT, R. KLAPISCH, C. RIGAUD, A. M. POSKANZER, R. PRIEELS,
L. LESSAND,
Phys. Rev. C12 (1975) 644.
- 32) A. BOHR, B. R. MOTTELSON,
Nuclear Structure Volume 1, Ed. by W. A. Benjamin, Inc. 1969 New York,
Amsterdam, p. 191.
- 33) G. JUNG, B. PFEIFFER, L. J. ALQUIST, H. WOLLNIK, P. HUNGERFORD,
S. M. SCOTT and W. D. HAMILTON,
Phys. Rev. C22 (1980) 252.
- 34) S. MATTSSON, R. E. AZUMA, H. A. GUSTAFSSON, P. G. HANSEN, B. JOHSON,
V. LINDFORS, G. NYMAN, I. RAGNARSSON, H. L. RAVN and D. SCHAT,
référence 23, p. 430.
- 35) M. EPHERRE, G. AUDI, C. THIBAUT, R. KLAPISCH, G. HUBER, F. TOUCHARD,
H. WOLLNIK,
Phys. Rev. C19 (1979) 1504.
- 36) E. W. OTTEN,
référence 25, p. 177.
- 37) F. S. STEPHENS, R. M. DIAMOND, J. R. LEIGH, T. KAMMURI and K. NAKAI,
Phys. Rev. Lett. 29 (1972) 438.
- 38) J. TREHERNE, J. GENEVEY, S. ANDRE, R. BERAUD, A. CHARVET, R. DUFFAIT,
A. EMSALLEM, M. MEYER, C. BOURGEOIS, P. KILCHER, J. SAUVAGE, F. A. BECK
and T. BYRSKI,
Phys. Rev. C27 (1983) 166.
- 39) J. BONN, G. HUBER, H. J. KLUGE, L. KUGLER and E. W. OTTEN,
Phys. Lett. 38B (1972) 308.
- 40) J. BONN, G. HUBER, H. J. KLUGE and E. W. OTTEN,
Z. Phys. A276 (1976) 203.
- 41) E. W. OTTEN, A. C. MUELLER, F. BUCHINGER, W. KLEMP, R. NEUGART,
C. EKSTROM, J. HEINEMEIER,
Communication privée (rapport R. Neugart Collaboration ISOLDE 83).
- 42) R. BERAUD, M. MEYER, C. BOURGEOIS, M. DESTHULLIERS, J. LETESSIER,
P. KILCHER,
Nucl. Phys. A284 (1977) 221.
- 43) J. L. WOOD,
référence 22, p. 364.
- 44) J. D. COLE et al.,
Phys. Rev. C16 (1977) 2010.
- 45) S. MATTSON and P. TIDEMAND-PETERSSON,
Nucl. Phys. A318 (1979) 29.

- 46) M. A. DELEPLANQUE, C. GERSCHEL, M. ISHIHARA, N. PERRIN, B. ADER, C. BOURGEOIS, J. P. HUSSON, P. KILCHER and J. LETESSIER, *J. de Phys.* 36 (1975) C5-97.
- 47) D. PROETEL, R. M. DIAMOND, P. KIENLE, J. R. LEIGH, K. H. MAIER and F. S. STEPHENS, *Phys. Rev. Lett.* 31 (1973) 896.
- 48) M. FINGER, *Nucl. Phys.* A188 (1972) 369.
- 49) M. CAILLAU, R. FOUCHER, J. P. HUSSON and J. LETESSIER, *J. Phys. Lett.* 35 (1974) L233.
- 50) C. BOURGEOIS, P. KILCHER, J. LETESSIER, V. BERG and M. G. DESTHULLIERS, *Nucl. Phys.* A295 (1978) 424.
- 51) M. G. DESTHULLIERS, C. BOURGEOIS, P. KILCHER, J. LETESSIER, F. BECK, T. BYRSKI and A. KNIPPER, *Nucl. Phys.* A313 (1979) 22.
- 52) A. ARIMA and F. IACHELLO, *Phys. Lett.* 75B (1975) 39.
- 53) A. ARIMA and F. IACHELLO, *Phys. Rev. Lett.* 35 (1975) 1069.
- 54) A. ARIMA and F. IACHELLO, *Phys. Rev. Lett.* 40 (1978) 385.
- 55) F. IACHELLO, Ed. *Proceedings of the first Symposium on Interacting Bosons in Nuclear Physics*, Erice, Sicily, 1978, Plenum, New York 1978. (*)
- 56) F. IACHELLO, *Proceedings of the Int. Conference on Nuclear Physics*, Florence August 29 - September 3 1983, Vol. 2, à paraître.
- 57) B. H. WILDENTHAL, *Varennas Lectures* 69 (1976) 383. (*)
- 58) A. POTES and A. ZUKER, *Phys. Reports* 70 (1981) 235. (*)
- 59) D. H. WILKINSON, *Nucl. Inst. and Meth.* 146 (1977) 143 et Colloque d'Oxford en juin 1976.
- 60) J. CHAUVIN, C. GIGNOUX, J. TORRE, *Le Courrier du CNRS, Images de la Physique*, Suppl. au n°45 (1982).
- 61) A. CHODOS, R. L. JAFFE, C. B. THORN, V. WEISSKOPF, *Phys. Rev.* D9 (1974) 3471.
- 62) A. W. THOMAS, *Advances in Nuclear Physics*, Vol. 13, Eds. J. Negele, E. Vogt (Plenum, New-York) 1983.
- 63) H. YUKAWA, *Proc. Phys. Math. Soc. Japan* 17 (1935) 48.

- 64) R. VINH MAU,
Mesons in Nuclei 1979,
Eds. by M. Rho and D. Wilkinson (Amsterdam : North-Holland) p. 151. (*)
- 65) K. A. BRUECKNER, C. A. LEVINSON, H. M. MAHMOUD,
Phys. Rev. 95 (1954) 217.
- 66) K. A. BRUECKNER, A. M. LOCKETT and M. ROTENBERG,
Phys. Rev. 121 (1961) 255.
- 67) J. W. NEGELE,
Phys. Rev. C1 (1970) 1260.
- 68) X. CAMPI, D. W. L. SPRUNG,
Nucl. Phys. A194 (1972) 401.
- 69) D. GOGNY,
Proc. Int. Conf. Nucl. Phys.,
Eds by J. de Boer and H. J. Mang (Amsterdam : North-Holland) Vol. 1, p. 48.
- 70) B. ROUBEN, J. M. PEARSON, G. SAUNIER,
Phys. Lett. 42B (1972) 385.
- 71) D. VAUTHERIN and D. M. BRINK,
Phys. Rev. C5 (1972) 626.
- 72) S. A. MOSZKOWSKI,
Phys. Rev. C1 (1970) 402.
- 73) M. BEINER, H. FLOCARD, NGUYEN VAN GIAI and P. QUENTIN,
Nucl. Phys. A238 (1975) 29.
- 74) P. QUENTIN, J. LIBERT, M. MEYER, J. SAUVAGE-LETESSIER,
Neutron-capture gamma-ray spectroscopy and related topics 1981,
Institute of Physics - Conference Series number 62, Bristol and London. Ed. by
T. Von Egidy, F. G6nnenwein and B. Maier, p. 75-88. (*)
- 75) P. A. M. DIRAC Proc. Cambridge Philos. Soc. 26 (1930) 376.
- 76) P. BONCHE, S. KOONIN, J. W. NEGELE,
Phys. Rev. C13 (1976) 1226.
- 77) H. FLOCARD, S. E. KOONIN, M. S. WEISS,
Phys. Rev. C17 (1978) 1682.
- 78) H. FLOCARD,
Nukleonika 24 (1979) 19. (*)
- 79) P. BONCHE, B. GRAMMATICOS, S. KOONIN,
Phys. Rev. C17 (1978) 1700.
- 80) Proceedings of the International Workshop on "Time-dependent Hartree-Fock
methods", Eds by P. Bonche, B. Giraud, P. Quentin, Editions de Physique, Orsay
1979. (*)
- 81) S. KOONIN, B. FLANDERS, H. FLOCARD, M. WEISS,
Phys. Lett. B77 (1978) 13.
- 82) J. W. NEGELE,
Rev. of Mod. Phys. 54 (1982) 913. (*)

- 83) P. QUENTIN, H. FLOCARD,
Ann. Rev. Nucl. Part. Sc. 28 (1978) 523. (*)
- 84) "Nuclear Self-Consistent fields", Eds by G. Ripka et M. Porneuf, North-Holland,
Amsterdam 1975. (*)
- 85) J. P. SVENNE,
"Advances in Nuclear Physics" Vol. 11, Ed. by J. N. Negele and E. Vogt, Plenum
Publishing Corporation, 1979, p. 179-262. (*)
- 86) D. GOGNY
"Nuclear Self-Consistent Fields" 1975 p. 333.
- 87) J. DECHARGE, D. GOGNY,
Phys. Rev. C21 (1980) 1568.
- 88) D. VAUTHERIN,
Phys. Rev. C7 (1973) 296.
- 89) G. RACAH,
Z. für Phys. 71 (1931) 431.
- 90) D. L. HILL, J. A. WHEELER
Phys. Rev. 89 (1953) 1102.
- 91) A. BOHR, B. R. MOTTELSON,
Mat. Fys. Medd. Dans. Videns. Selsk. 27 (1953) n°16,
- 92) S. G. NILSSON,
Mat. Fys. Medd. Dans. Videns. Selsk. 29 (1955) n°16.
- 93) H. FLOCARD, P. QUENTIN, A. K. KERMAN, D. VAUTHERIN,
Nucl. Phys. A203 (1973) 433.
- 94) P. QUENTIN,
Thèse Université de Paris-Sud Orsay 1975, n°1436, non publiée.
- 95) M. GIROD, B. GRAMMATICOS,
Phys. Rev. C27 (1983) 2317.
- 96) J. LIBERT, P. QUENTIN,
Phys. Rev. C25 (1982) 571.
- 97) J. BARTEL, P. QUENTIN, M. BRACK, C. GUET, H. B. HAKANSSON,
Nucl. Phys. A386 (1982) 79.
- 98) J. DECHARGE, M. GIROD, D. GOGNY,
Phys. Lett. 55B (1975) 361.
- 99) M. GIROD, D. GOGNY, B. GRAMMATICOS,
7ème Session d'Etudes Biennale de Physique Nucléaire, Aussois 1983, LYCEN 8302
IPN Lyon, Séminaire S-8.
- 100) P. QUENTIN,
Référence 84, p. 297-329.
- 101) M. BEINER, R. J. LOMBARD,
Ann. of Phys. (N. Y) 86 (1974) 262.

- 102) M. BEINER, R. J. LOMBARD, D. MAS,
référence 22, p. 212.
- 103) X. CAMPI, H. FLOCARD, A. K. KERMAN, S. KOONIN,
Nucl. Phys. A251 (1975) 193.
- 104) P. QUENTIN,
référence 22, p. 124-141.
- 105) M. MEYER, J. DANIERE, J. LETESSIER, P. QUENTIN,
Nucl. Phys. A316 (1979) 93.
- 106) S. G. NILSSON,
Lectures in theoretical physics vol. 8, ed. by P. D. Kunz et al. (Boulder, Colorado :
University of Colorado Press) 1966, p. 177.
- 107) M. CAILLAU, J. LETESSIER, H. FLOCARD, P. QUENTIN,
Phys. Lett. 46B (1973) 11.
- 108) J. SAUVAGE-LETESSIER, P. QUENTIN, H. FLOCARD,
Nucl. Phys. A370 (1981) 231.
- 109) P. BONCHE,
Communication privée, septembre 1983.
- 110) F. VILLARS,
Nucl. Phys. A285 (1977) 269.
- 111) D. M. BRINK, M. J. GIANNONI, M. VENERONI,
Nucl. Phys. A258 (1976) 237.
- 112) K. GOEKE and P. G. REINHARD,
Ann. Phys. (N. Y) 112 (1978) 328.
- 113) M. BARANGER and M. VENERONI,
Ann. Phys. (N. Y) 114 (1978) 123. (*)
- 114) K. GOEKE, A. M. LANE, J. MARTORELL,
Nucl. Phys. A296 (1978) 109.
- 115) M. J. GIANNONI, P. QUENTIN,
Phys. Rev. C21 (1980) 2060.
- 116) M. J. GIANNONI, P. QUENTIN,
Phys. Rev. C21 (1980) 2076.
- 117) M. J. GIANNONI,
VIII ème Journées d'Etudes de la Division de Physique Théorique, Aussois, Février
1978, Rapport IPNO/TH 78-37.
- 118) D. R. INGLIS,
Phys. Rev. 96 (1954) 1059.
- 119) D. J. THOULESS and J. G. VALATIN,
Nucl. Phys. 31 (1962) 211.
- 120) M. J. GIANNONI, F. MOREAU, P. QUENTIN, D. VAUTHERIN, M. VENERONI and
D. M. BRINK,
Phys. Lett. B65 (1976) 305.

- 121) M. J. GIANNONI, D. VAUTHERIN, M. VENERONI, D. M. BRINK,
Phys. Lett. B63 (1976) 8.
- 122) K. H. PAESSLER and U. MOSEL,
Nucl. Phys. A257 (1976) 242.
- 123) H. FLOCARD and P. H. HEENEN, S. J. KRIEGER, M. S. WEISS,
Nucl. Phys. A391 (1982) 285.
- 124) C. G. ANDERSSON, S. F. LARSSON, G. LEANDER, P. MOLLER, S. G. NILSSON,
I. RAGNARSSON, S. ABERG, R. BENGTSSON, J. DUDEK, B. NERLO-POMORSKA,
K. POMORSKI, Z. SZYMANSKI,
Nucl. Phys. A268 (1976) 205.
- 125) I. RAGNARSSON, S. G. NILSSON, R. K. SHELINE,
Phys. Rep. 45C (1978) 1. (*)
- 126) M. BRACK, J. DAMGAARD, A. S. JENSEN, H. C. PAULI, V. M. STRUTINSKY,
C. W. YANG,
Rev. Mod. Phys. 44 (1972) 320. (*)
- 127) D. W. L. SPRUNG, S. G. LIE, M. VALLIERES and P. QUENTIN,
Nucl. Phys. A326 (1979) 37.
- 128) J. DABROWSKI,
Phys. Lett. 59B (1975) 132.
- 129) M. BRACK, B. JENNINGS,
Nucl. Phys. A258 (1976) 264.
- 130) R. E. PEIERLS, J. YOCCOZ,
Proc. Phys. Soc. (London) A70 (1957) 381.
- 131) D. L. HILL, J. A. WHEELER,
Phys. Rev. 89 (1953) 1102.
- 132) L. F. F. LATHOUWERS,
Ann. Phys. 102 (1976) 347.
- 133) G. RIPKA,
"Advances in Nuclear Physics" Vol. 1, Eds. M. Baranger and E. Vogth), Plenum
Press, New-York (1968) p. 183. (*)
- 134) R. Y. CUSSON, H. C. LEE,
Nucl. Phys. A211 (1973) 429.
- 135) Y. ABGRALL, B. MORAND, E. CAURIER,
Nucl. Phys. A192 (1972) 372.
- 136) E. CAURIER, B. GRAMMATICOS,
Nucl. Phys. A279 (1977) 333.
- 137) W. PAULI,
"Handbuch der Physik", Vol. 24/1, p. 120, Berlin, Springer 1933.
- 138) K. KUMAR, M. BARANGER,
Nucl. Phys. A92 (1967) 608.

- 139) M. BARANGER, K. KUMAR,
Nucl. Phys. A122 (1968) 241, 273.
- 140) M. BARANGER, K. KUMAR,
Nucl. Phys. A110 (1968) 529.
- 141) K. KUMAR,
Nucl. Phys. A231 (1974) 189.
- 142) G. F. FILLIPOV and A. S. DAVIDOV,
Nucl. Phys. 8 (1958) 237.
- 143) A. S. DAVIDOV,
Nucl. Phys. 24 (1961) 682.
- 144) G. S. GOLDHABER and J. WENESER,
Phys. Rev. 98 (1955) 212.
- 145) A. K. KERMAN and C. M. SHAKIN,
Phys. Lett. 1 (1962) 151.
- 146) A. FAESSLER and N. GREINER,
Z. für Phys. 168 (1962) 425.
- 147) B. SORENSEN,
Phys. Lett. 21 (1966) 683.
- 148) G. GNEUSS, W. GREINER,
Nucl. Phys. A171 (1971) 449.
- 149) P. O. HEISS, M. SEIWERT, J. MARUHN, W. GREINER,
Z. für Phys. A296 (1980) 147.
- 150) G. G. DUSSEL, D. R. BES,
Nucl. Phys. A143 (1970) 623.
- 151) S. G. ROHOZINSKI, J. DOBACZEWSKI, B. NERLO-POMORSKA, K. POMORSKI,
J. SREBRNY,
Nucl. Phys. A292 (1977) 66.
- 152) J. LIBERT and P. QUENTIN,
Z. für Phys. A306 (1982) 315.
- 153) M. GIROD, K. KUMAR, B. GRAMMATICOS, P. AGUER,
Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 1765.
- 154) M. GIROD,
Communication privée, septembre 1983.
- 155) J. LIBERT,
Thèse Université de Paris VII 1981, non publiée.
- 156) A. BOHR and B. R. MOTTELSON,
Nuclear Structure, Vol. 2, (Benjamin, New-York 1975). (*)

- 157) M. MEYER, J. DANIERE, J. LETESSIER and P. QUENTIN,
Nucl. Phys. A316 (1979) 93.
- 158) J. LIBERT, M. MEYER and P. QUENTIN,
Phys. Lett. 95 B (1980).
- 159) J. LIBERT, M. MEYER and P. QUENTIN,
Phys. Rev. C25 (1982) 571.
- 160) P. QUENTIN, M. MEYER, J. LETESSIER, J. LIBERT and M. G. DESTHULLIERS-
PORQUET,
Inst. Phys. Conference Series Number 51, Bristol and London 1980,
Ed. by T. Von Egidy, p.280.
- 161) P. VOGEL,
Phys. Lett. 33B (1970) 400.
- 162) M. A. DELEPLANQUE, C. GERSCHEL, N. PERRIN and P. QUENTIN,
Phys. Lett. 46B (1973) 317.
- 163) N. de TAKACSY and S. DAS GUPTA,
Nucl. Phys. A263 (1976) 237.
- 164) H. TOKI and A. FAESSLER,
Nucl. Phys. A253 (1975) 231.
- 165) A. K. KERMAN,
Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk 30 (1956) N°15.
- 166) J. R. ERSKINE, W. W. BUCHNER,
Phys. Rev. 133 (1964) B370.
- 167) W. SCHOLZ, F. B. MALIK,
Phys. Rev. 176 (1968) 1355.
- 168) M. E. BUNKER, C. W. REICH,
Rev. Mod. Phys. 43 (1971) 348. (*)
- 169) N. IMANISHI, I. FUJIWARA, T. NISHI,
Nucl. Phys. A205 (1973) 531.
- 170) F. S. STEPHENS,
Rev. Mod. Phys. 47 (1975) 43. (*)
- 171) W. OGLE, S. WAHLBORN, R. PIEPENBRING, S. FREDRIKSSON,
Rev. Mod. Phys. 43 (1971) 424. (*)
- 172) E. OSNES, J. REKSTAD, O. K. GJOTTERUD,
Nucl. Phys. A253 (1975) 45.
- 173) R. R. CHASMAN, I. AHMAD, A. M. FRIEDMAN, J. R. ERSKINE,
Rev. Mod. Phys. 49 (1977) 833. (*)
- 174) J. REKSTAD,
Nucl. Phys. A245 (1975) 376.
- 175) B. H. HAAS, P. TARAS,
Can. J. Phys. 52 (1974) 49.

- 176) A. HASTINGS, Jr. SMITH, F. A. RICKEY,
Phys. Rev. C14 (1976) 1946.
- 177) R. POPLI, J. A. GRAU, S. I. POPIK, L. F. SAMUELSON, F. A. RICKEY, P. C. SIMMS,
Phys. Rev. C20 (1979) 1350.
- 178) J. MEYER-ter-Vehn,
Nucl. Phys. A249 (1975) 111.
- 179) J. MEYER-ter-Vehn,
Nucl. Phys. A249 (1975) 141.
- 180) S. E. LARSSON, G. LEANDER, I. RAGNARSSON,
Nucl. Phys. A307 (1978) 189.
- 181) C. EKSTROM,
référence 23, p. 12.
- 182) G. LEANDER,
Nucl. Phys. A273 (1976) 286.
- 183) M. G. DESTHULLIERS-PORQUET, M. MEYER, P. QUENTIN, J. SAUVAGE-LETESSIER,
référence 23, p. 263.
- 184) P. WASIELEWSKI and F. B. MALIK,
Nucl. Phys. A160 (1971) 113.
- 185) J. P. BOISSON, R. PIEPENBRING, P. OGLE,
Phys. Rep. 26 (1976) 99. (*)
- 186) R. POPLI, F. A. RICKEY, L. E. SAMUELSON, P. C. SIMMS,
Phys. Rev. C23 (1981) 1085.
- 187) H. TOKI, K. NEERGARD, P. VOGEL, A. FAESSLER,
Nucl. Phys. A279 (1977) 1.
- 188) K. NEERGARD, P. VOGEL and M. RADOMSKI,
Nucl. Phys. A238 (1975) 199.
- 189) C. FLAUM, D. CLINE, A. W. SUNYAR, O. C. KISTNER,
Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 973.
- 190) A. J. KREINER, M. A. J. MARISCOTTI, C. BAKTASH, E. Der. MATEOSIAN,
P. THIEBERGER,
Phys. Rev. C23 (1981) 748.
- 191) L. BENNOUR,
Thèse 3ème Cycle, Université Paris VI, Juin 1983, non publiée.
- 192) L. BENNOUR, J. LIBERT, M. MEYER, P. QUENTIN,
7ème Session d'Etudes Biennale de Physique Nucléaire, Aussois 1983,
Lycen 8302, I. P. N. Lyon, Séminaire S18 et à paraître.
- 193) J. A. PINSTON, R. BENGTSSON, E. MONNAND, F. SCHUSSLER et D. BARNEOUD,
Nucl. Phys. A361 (1981) 464.
- 194) "Workshop sur les noyaux exotiques" organisé par J. Audouze et M. Bernas, Orsay
5 mai 1983, non publié. Communications de Bimbot, J. P. Chieze, D. Guerreau.

- 195) Rapport d'activité IN2P3 1972-1982, service des Relations Extérieures de l'IN2P3 75013 Paris (1983).
- 196) C. BOURGEOIS, P. KILCHER, B. ROUSIERE, J. SAUVAGE-LETESSIER, M. G. PORQUET, ISOCELE Collaboration, Nucl. Phys. A386 (1982) 308.
- 197) G. LEMPET, J. CHAVET, Nucl. Inst. Meth. 139 (1976) 7.
- 198) A. PLANTIER, Thèse d'Université Lyon I - mai 1981, non publiée.
- 199) S. DELLA-NEGRA, C. DEPRUN, H. GAUVIN, J. P. HUSSON, D. JACQUET, Y. Le BEYEC, référence 23, p. 156.
- 200) A. BOHR, B. MOTTELSON, Nuclear Structure, tome I, p. 35, Benjamin New-York 1969.
- 201) J. AUDOUZE "Physical Cosmology" 1980, Eds. R. Balian et al. (North Holland) Les Houches Session XXXII p. 196. (*)
- 202) J. AUDOUZE 1981 Neutron-Capture gamma-ray spectroscopy and related topics Institute of Physics-Conference Series number 62, Bristol and London, Ed. by T. Von. Egidy, F. Gönnerwein, B. Maier.
- 203) R. K. BHADURI, Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 329.
- 204) B. GRAMMATICOS et A. VOROS, Ann. Phys. (N. Y.) 123 (1979) 359.
- 205) B. GRAMMATICOS et A. VOROS, Ann. Phys. (N. Y.) 129 (1980) 153.
- 206) A. K. DUTTA, M. VALLIERES, R. K. BHADURI et I. EASSON, Nucl. Phys. A341 (1980) 461.
- 207) M. BRACK, Phys. Lett. 71B (1977) 329.
- 208) J. BARTEL, M. DURAND, M. BRACK, à paraître et P. RING and P. SCHUCK, p. 548 "The Nuclear Many-Body Problem", Springer-Verlag New-York-Heidelberg-Berlin 1980.
- 209) V. M. STRUTINSKI, Sov. J. Nucl. Phys. 3 (1966) 499.
- 210) V. M. STRUTINSKI, Nucl. Phys. A95 (1967) 420.

- 211) V. M. STRUTINSKI ,
Nucl. Phys. A122 (1968) 1.
- 212) M. BRACK et P. QUENTIN,
Nucl. Phys. A361 (1981) 35.
- 213) H. KRIVINE, J. TREINER, O. BOHIGAS,
Nucl. Phys. A336 (1980) 155.